



Witalij Dewiatow, Jacek Michalczyk¹, Zygmunt Potęga²

¹*Politechnika Częstochowska,*

²*Akademia im. Jana Długosza w Częstochowie*

OPTIMALIZACJA PROCESÓW PRZERÓBKII PLASTYCZNEJ NA PRZYKŁADZIE CIĄGNIENIA TULEI

Wstęp

Intensywny rozwój przemysłu powinien odbywać się poprzez racjonalne wykorzystanie maszyn i urządzeń produkcyjnych, zapewniając wysoką jakość produkcji przy niskim zużyciu materiałów i energii na jednostkę produkcji oraz przy maksymalnej wydajności procesów.

Wysoką jakość stosunkowo tanich półwyrobów i wyrobów uzyskuje się w wyniku stosowania bezodpadowych metod wytwarzania, do których zalicza się m.in. procesy walcowania, ciągnięcia i wyciskania. Efektywne podwyższenie jakości produkcji może być osiągnięte drogą wykorzystania podczas projektowania nowych procesów technologicznych współczesnych metod modelowania i optymalizacji. Wykorzystanie do badań tych procesów, szeroko rozpowszechnionych w przeróbce plastycznej metali, metod modelowania fizycznego wiąże się ze znacznymi stratami materiałowymi oraz skonstruowaniem nowych stanowisk badawczych, ze specjalistycznym wyposażeniem i osprzętem.

Dlatego w ciągu ostatnich 10–20 lat znacznie wzrosło zainteresowanie matematycznym modelowaniem procesów technologicznych przeróbki plastycznej metali. Należy pamiętać, że pod pojęciem modelu matematycznego rozumie się nie dowolne równanie, otrzymane drogą empiryczną lub inną, opisujące tylko zmianę jednego dowolnego kryterium w zależności od parametrów procesu i nie dowolną uproszczoną metodykę inżynierską obliczenia siły, ale zbiór równań matematycznych, opisujący dowolne, nawet najmniejsze zmiany zachowania się obrabianego materiału dla wszystkich możliwych (a nawet dotąd nieznanych) zmian parametrów procesu.

Tworzenie tych modeli matematycznych powinno być oparte o nauki podstawowe, takie jak: mechanika ośrodków ciągłych, fizyka ciała stałego, materiałoznawstwo i metody numeryczne. Takie modele zazwyczaj składają się z pa-

kietów programów, przeznaczonych dla współczesnych komputerów osobistych, serwerów i stacji roboczych. Dlatego też, przy tworzeniu modeli matematycznych zachodzi konieczność dobrego posługiwania się odpowiednim oprogramowaniem oraz orientowania się w możliwościach obliczeniowych współczesnych komputerów.

Ogólne sformułowanie zasad optymalizacji

Procesy technologiczne przeróbki plastycznej dają duże możliwości z punktu widzenia oszczędności materiałów i energii, podwyższenia wydajności pracy i jakości wyrobów. Dotychczas wielu tych możliwości nie wykorzystano. Jest to związane z faktem, że w większości przypadków kolejne modernizacje procesów technologicznych przebiegają drogą niesformalizowanej optymalizacji wskutek wprowadzenia zmian poszczególnych parametrów procesu, najczęściej niepołączonych z sobą.

W pracy [6] opisane jest podejście do zagadnienia sterowania jakością produkcji przy walcowaniu oparte na fenomenologicznej teorii zniszczenia materiału. Praca ta jest bardzo pożyteczna dla dalszego doskonalenia jakości sterowania produkcją. Jednakże przy całej wadze zagadnień prognozowania zniszczenia, nie one są głównymi i jedynymi kryteriami określającymi jakość produkcji. W związku z tym, że możliwości zakładów metalurgicznych w dziedzinie sterowania jakością wyjściowej walcówki są bardzo ograniczone należy je wykorzystywać w stadium obróbki walcówki. Obróbka walcówki i wytworzenie z niej gotowego wyrobu może być wykonywana na kilka sposobów.

Głównym zadaniem optymalizacji procesu jest ustalenie najbardziej ekonomicznego sposobu wykonywania wyrobu o odpowiednich własnościach. Przy takim postawieniu zagadnienia, zadanie jest techniczno-ekonomiczne i w związku z tym wielokryterialne. Właściwością szczególną podejścia systemowego do zagadnień wielokryterialnych jest struktura hierarchiczna badania procesów.

W pracy [7] pokazany jest przykład podejścia systemowego przy wyborze optymalnego wariantu procesu technologicznego objętościowego tłoczenia, w którym dla porównawczej oceny procesów technologicznych i wyboru optymalnego wariantu zastosowano zasady wielokryterialnej optymalizacji. W związku z tymi zasadami oceny ze względu na cząstkowe kryteria łączy się kilka kompleksowych kryteriów na podstawie, których podejmuje się decyzje.

Podczas stosowania kompleksowej optymalizacji należy uwzględnić następujące parametry obiektu sterowania i kolejność działań na nich.

Niesformalizowane postawienie zagadnienia, gdzie formuluje się cel optymalizacji, wymiary wytwarzanych wyrobów, ich liczbę, powierzchnie produkcyjne będące do dyspozycji oprzyrządowanie i kwalifikacje specjalistów.

1. Sprawdzanie wyrobów ze względu na technologiczność.
2. Porównanie technicznie wykonalnych wariantów zaproponowanych wymiarów.
3. Wybór optymalnego wariantu wykonania wyrobu.
4. Podjęcie decyzji o kupnie oprzyrządowania lub jego wykonania.
5. Optymalizacja procesu wykonania półwyrobu.
6. Optymalizacja procesu wykonania wyrobu.
7. Opracowanie przedsięwzięć zabezpieczających zadaną jakość wyrobu oraz środki kontroli.

Proces technologiczny składa się zwykle z wielu dyskretnych etapów, które z kolei mogą być przedstawione na jeden lub kilka różnych sposobów obróbki przekształcania form, z których jeden jest dominujący. Dlatego na drodze systematycznego porównania wszystkich technologicznie możliwych wariantów obróbki należy utworzyć macierz procesu obróbki. Na podstawie analizy macierzy mogą być wyznaczone cechy szczególne dyskretnego procesu technologicznego i utworzony proces kompleksowy. Spośród jego cech szczególnych mogą wystąpić następujące: Cena operacji obróbki końcowej zależy od ceny poprzedniej operacji. Chropowatość powierzchni części zależy od wstępnego przygotowania powierzchni półwyrobu. Pomiędzy operacjami procesu mogą wystąpić technicznie nie realizowalne przejścia itp. Cenowa zależność może być przedstawiona w taki sposób:

$$C_{i,j_i} = f(E_{i,j_i}, E_{i-1}, j_{i-j}, \dots, E_{1,j_1}) \quad (1)$$

$$\text{dla } j_i = l \dots M_i; i = 1 \dots N,$$

gdzie: M – liczba wariantów przejść, N – liczba przejść.

Jeśli dla charakterystyki procesów zastosowano tylko kryterium optymalizacji cenowej, to funkcja celu zadawana jest w postaci:

$$C = \sum_{i=1}^N C_{i,j_i} \quad (2)$$

Zgodnie z tym wzorem dla optymalizacji całego kompleksowego procesu należy dokładnie znać wydatki cenowe na każdą operację, ze względu na kilka wariantów. Dlatego optymalny ze względu na cenę proces celowo jest przedstawiać dopiero po optymalizacji oddzielnych wariantów operacji procesu.

Może okazać się, że porównanie całego końcowego zbioru dopuszczalnych dróg i wybór procesu o najmniejszej wartości C z punktu widzenia ekonomii jest zbyt drogi, dlatego należy szukać możliwości matematycznej optymalizacji procesu, wykorzystanie której w istotny sposób zmniejsza wydatki.

Możliwymi rozwiązaniami np. mogą być te stosowane na drodze dynamicznej optymalizacji.

W ogólnej postaci zagadnienie kompleksowej optymalizacji procesu można sformułować następująco: opracować proces wykonania części zapewniający optymalną wartość kompleksowego kryterium (funkcji C), przy zadanych ograniczeniach.

Najprostszym i oczywistym poszukiwaniem najlepszego (optymalnego) rozwiązania procesu technologicznego wykonania części jest obliczenie komputerowe kilku wariantów i wybór najlepszego ze względu na jakieś określone kryterium.

Takie nieformalne podejście do optymalizacji procesu zaproponowano w pracy [8], gdzie porównywane są trzy warianty procesu technologicznego wykonania odkuwki osiowosymetrycznej, młotem, mimośrodową prasą oraz poziomą maszyną tłoczącą i wybiera się proces technologiczny zapewniający minimum nakładów. Wadami podejścia jest jedyność kryterium optymalności i brak analizy związków wzajemnych parametrów procesów.

Aby rozwiązać zadanie kompleksowej optymalizacji, można wykorzystać osiągnięcia teorii sterowania i optymalizacji. W związku z tą teorią buduje się model matematyczny procesu, przez który rozumie się zespół zależności pozwalających na podstawie zadanych wielkości wyjściowych $X_1 X_2 X_k$ otrzymywać wartości wielkości wyjściowych $Y_1 Y_2 Y_n$.

Pod $Y_1 - Y_n$ można rozumieć np. parametry procesu technologicznego $X_1 - X_k$ czynniki, od których zależą Y .

Modele matematyczne mogą być opisowymi, normatywnymi modelami optymalizacji, zadanymi ustalonymi wartościami albo stochastycznymi (związanymi z teorią prawdopodobieństwa).

Przy budowie modeli matematycznych procesu mogą wystąpić trudności ze względu na dużą liczbę schematów kucia, a także wskutek tego, że złożoność małodopadowych procesów obróbki metali poprzez kucie polega na kilku przejściach, które mogą różnić się schematem płynięcia, charakterem przyłożonego obciążenia, warunkami temperaturowymi czy prędkościowymi itd.

Na przykład proces wykonania wyrobu cylindrycznego wydrążonego zawiera następujące przejścia: odcięcie półfabrykatu w prasie, kalibracje albo osadzenie, nagrzewanie, przeciwbieżne albo współbieżne wyciskanie (za pomocą kilku operacji), przeciąganie albo rotacyjne obrotowe wyciskanie. Dla każdego z tych przejść istnieje wiele danych, które pozwalają ujawnić zależności związane z danym przejściem. Jednakże nie pozwalają one analizować całego procesu z uwzględnieniem gromadzących się naprężeń i odkształceń. A więc nie mogą dać odpowiedzi na pytanie o jakość otrzymanego cylindra czy innej części w końcowym stadium wykonania.

Podczas obróbki metalu przez wyciskanie można sterować kilkoma parametrami. Podstawowymi są temperaturowo-prędkościowe, kontaktowe i kinematyczne. Duże możliwości sterowania jakością części kutych związane są z istotnym oddziaływaniem parametrów temperaturowo-szybkościowych obróbki na jakość. Poprzez nagrzewanie albo wstępną termiczną obróbkę wstępniaków i półfabrykatów można efek-

tywnie oddziaływać na strukturę, ulepszając odkształcalność metali. Zmieniając prędkość odkształcania można sterować końcową temperaturą półfabrykatu. Sterując procesem należy również pamiętać, że nie mniej ważną rolę w efektywności produkcji, a czasami również decydującą, odgrywają parametry siłowe i energetyczne procesu.

W szeregu przypadków ze względu na znaczne siły odkształceń nie udaje się zastosować efektywnego sposobu obróbki np.: wykonanie cylindrycznych wydrążonych półfabrykatów o wysokiej jakości poprzez przeciwbieżne wyciskanie celowe jest tylko przy średnicach wewnętrznych otworów nie przewyższających 60÷80 mm, ponieważ do wyciskania cylindrów o średnicach większych niż 100 mm wymagane są mocne unikatowe prasy.

Znane są też inne sposoby otrzymania wydrążonych cylindrów, mniej efektywne, ale nie wymagające tak rozbudowanego wyposażenia.

W każdym z przypadków wybór sposobu określony jest poprzez wymagania odnoszące się do odkuwek. Kompleksowa optymalizacja procesu technologicznego obróbki metalu przez wyciskanie jest stosunkowo złożonym zadaniem, do rozwiązania którego wymagana jest znajomość nie tylko konkretnego technologicznego procesu, ale również towarzyszących mu okoliczności.

W warunkach współczesnych wymagań w produkcji i różnorodności czynników wpływających na nią, niemożliwe jest, aby bazując wyłącznie na zgromadzonym doświadczeniu, szeregu eksperymentalnych badań i danych, rozwiązać problem doskonalenia procesu w pełnym zakresie. W celu kompleksowego rozwiązania problemu doskonalenia procesu technologicznego, zachodzi konieczność postawienia zadania optymalizacji (wyboru najlepszego rozwiązania ze wszystkich możliwych) jako zadania programowania matematycznego.

Sformułowanie zadania optymalizacji w ogólnym przypadku przebiega w następujących etapach[2]:

1. Wybór jednego lub kilku kryteriów optymalizacji badanego procesu technologicznego, w pełni lub częściowo charakteryzujących jego efektywność i jakość gotowej produkcji.
2. Wybór najistotniejszych parametrów procesu, które w znacznej mierze wpływają na kryterium optymalizacji i którymi można sterować przed rozpoczęciem procesu lub w czasie jego trwania. Parametry te w dalszej części będziemy nazywać parametrami optymalizacji.
3. Po wybraniu kryteriów i parametrów, powstaje problem określenia wszystkich warunków ograniczających, nakładających się na kryteria i parametry optymalizacji szczegółów technologii procesu i organizacji produkcji, a także związków między parametrami optymalizacji i kryteriami optymalizacji. Pierwsze warunki stanowią przeważnie zbiór ograniczeń w postaci nierówności, a drugie – układ równań całkowo-różniczkowych przy odpowiednich warunkach brzegowych, nazywanych ograniczeniami – w postaci równości.

Zauważmy, że przy analizie procesów technologicznych przeróbki plastycznej metali, układ ten przedstawia zbiór równań zadania brzegowego termo-sprężysto-plastyczności, których konkretna postać zależy od metody modelowania matematycznego badanego procesu technologicznego. Zbudowanie modelu matematycznego, wystarczająco dokładnie opisującego zachowanie się metalu w procesie odkształcenia, jest jednym z najbardziej złożonych zadań w ogólnym problemie optymalizacji.

4. Po zrealizowaniu poprzednich etapów powstaje możliwość formalizowania optymalnego zadania w pełnej objętości, tj. zapisania go w języku matematycznym, przyjętym w teorii optymalizacji.

W zależności od rodzaju kryterium optymalizacji, parametrów optymalizacji i ograniczeń, wejściowe zadanie może być zapisane jako zadanie wariacyjne, jako zadanie optymalnego sterowania liniowego, nieliniowego lub programowania dynamicznego.

Jeżeli ograniczenia w postaci równości przedstawiają sobą układ zwykłych równań różniczkowych, a parametry optymalizacji szukane są w klasie funkcji różniczkowalnych ciągłych lub ciągłych w przedziałach, to zadanie może być sformułowane jako zadanie wariacyjne lub sterowania optymalnego.

W przypadku dyskretnego przedstawienia kryterium i parametrów optymalizacji, zadanie sprowadza się do zadania dynamicznego programowania. Zadanie, w którym wszystkie funkcje, opisujące kryterium optymalizacji i ograniczenia są liniowe względem parametrów optymalizacji, nazywa się zadaniem programowania liniowego. Jeżeli chociażby jedna funkcja jest nieliniowa, to zadanie jest charakteru nieliniowego. Dla każdego typu zadań istnieją różne metody rozwiązania.

Algorytm rozwiązywania zadań optymalizacji procesów technologicznych

Rozpatrzmy ogólny algorytm rozwiązania zadań optymalizacji badanej klasy[3]. Na wstępie konieczne jest sformułowanie modelu matematycznego badanego procesu technologicznego, który pozwoliłby opisać zachowanie obrabianego materiału podczas odkształcenia.

Bez skonstruowania takiego modelu optymalizacja rzeczywistego procesu praktycznie jest niemożliwa, bądź związana jest ona z ogromnymi stratami czasowymi i materialnymi w przypadku przeprowadzenia pełnego zakresu prac eksperymentalnych.

Następnie trzeba sprawdzić adekwatność opracowanego modelu matematycznego. W tym celu należy przeprowadzić porównanie wyników teoretycz-

nych, otrzymanych według modelu, ze znanymi lub specjalnie otrzymanymi danymi eksperymentalnymi.

Po zbudowaniu i sprawdzeniu modelu matematycznego, przechodzimy do optymalizacji badanego procesu technologicznego.

Na początku konieczne jest wybranie kryteriów optymalizacji i wśród nich wyznaczenie kryterium głównego. Następnie istotne jest wybranie, spośród wszystkich czynników wpływających na proces, podstawowych, które będą parametrami optymalizacji.

Na tym etapie wygodne jest korzystanie z modelu matematycznego, który pozwala wystarczająco szybko zbadać wpływ różnych parametrów procesu na wybrane kryterium optymalizacji.

Taką analizę konieczne należy przeprowadzić, aby lepiej poznać właściwości danego procesu technologicznego i prawidłowo określić ograniczenia parametrów optymalizacji i kryteria optymalizacji.

Następnie przechodzi się do określenia zadania optymalizacji procesów technologicznych. W tym celu wygodnie jest posłużyć się aparatem programowania nieliniowego. Parametry optymalizacji w tym przypadku mogą przyjmować tylko nieciągłe wartości z pewnego dopuszczalnego obszaru U . Podstawowe kryterium optymalizacji i kryterium, na które nakłada się ograniczenia, powinno być przedstawione za pomocą nieliniowych funkcji parametrów optymalizacji.

Jeżeli model matematyczny, wiążący parametry optymalizacji z kryteriami optymalizacji jest skomplikowany, konieczne jest zbudowanie zależności przybliżonej. W tym celu należy zastosować metodykę planowania eksperymentu. Podczas rozwiązywania zagadnienia z wykorzystaniem modelu przybliżonego (liniowego lub kwadratowego) należy zastosować analizę czynnikową, która przeprowadzana jest za pomocą opracowanego modelu matematycznego. W tym przypadku, kiedy nawet kwadratowa funkcja nie może opisać zależności dowolnego kryterium optymalizacji od parametrów optymalizacji w całym dopuszczalnym obszarze ich wartości, rozbijamy ten obszar na podobszary i dla każdego z nich budujemy własną funkcję.

Najpierw rozpatrzmy ogólną metodykę rozwiązywania zadań optymalizacji technologicznych procesów, która pozwala rozwiązać zagadnienia optymalizacji czynników energetycznych oraz sterowania jakością produkcji. Konkretnie zastosowanie tej metodyki jest pokazane na przykładzie procesów ciągnięcia tulei na zimno.

W celu rozwiązania zagadnienia optymalizacyjnego trzeba przede wszystkim zbudować model matematyczny procesu. W wielu przypadkach bardzo efektywne jest zastosowanie metody elementów skończonych. Następnie trzeba założyć kryteria jakości określonych w klasie rozwiązań wyjściowego zagadnienia brzegowego, ustalić czynniki, którymi można sterować w danym zagad-

nieniu. Potrzebne jest też określenie obszaru zmiany czynników sterujących, nadać im ograniczenia, które mogą mieć postać równości lub nierówności.

W celu rozwiązania zagadnień optymalizacji w teorii sterowania są stosowane różne podejścia z wykorzystaniem zasady maksimum, metody dynamicznego programowania, metody nieliniowego programowania i innych.

Przy istniejącym poziomie rozwoju tych metod i nowoczesnych możliwościach PC do sterowania skomplikowanymi technologicznymi procesami najbardziej odpowiednie są metody nieliniowego programowania. W tym przypadku zagadnienia mogą być sprowadzone do poszukiwania ekstremum niektórych nieliniowych funkcji parametrów sterujących przy ograniczeniach w postaci równości lub nierówności.

W teorii nieliniowego programowania opracowano wiele efektywnych metod szukania optimum, które mogą być realizowane do rozwiązywania zagadnień technologicznych[4].

W związku z tym, że występują trudności w rozwiązywaniu zagadnień brzegowych i znaczne straty czasu na ich obliczenie przy dużej liczbie sterujących czynników, istniejące metody poszukiwania optimum mogą być nieefektywne. W takim przypadku korzystnie jest zastosować ocenę wpływu różnych czynników na funkcję celu za pomocą metody planowania eksperymentu. Ten ostatni pomaga zbudować racjonalną strategię poszukiwania optimum odrzucając niepotrzebne czynniki i skracając tym samym liczbę eksperymentów.

Metoda planowania eksperymentów może być zastosowana nie tylko w celu aproksymacji wyników rozwiązania liczbowego, ale i dla bezpośredniego poszukiwania optymalnego rozwiązania (np. za pomocą ruchu według gradientu aproksymowanej funkcji celu i następnego polepszenia planu).

Zastosowanie metody planowania eksperymentu[1] jest bardzo efektywne w rozwiązywaniu zagadnień sterowania jakością w procesach technologicznych. Modelowanie matematyczne procesów technologicznych doprowadza do zagadnienia brzegowego opisanego systemem równań różniczkowych w postaci pochodnych cząstkowych z odpowiednimi warunkami brzegowymi i początkowymi.

Rozwiązanie zagadnienia brzegowego daje niektóre funkcje lub zespół funkcji przestrzennych współrzędnych i czasu np. mogą to być: pola rozkładu naprężeń, prędkości temperatur itd. Innymi słowy, rozwiązanie zależy od nieskończonej liczby skupionych parametrów.

W teorii sterowania przyjęto stwierdzenie, że w tym przypadku ma miejsce sterowanie obiektu z parametrami ciągłymi. W niektórych przypadkach można w przybliżeniu zastąpić taki obiekt zespołem ze skupionymi parametrami. Wtedy może wystąpić utrata niektórych własności, które są ważne do analizy procesu.

Postawienie zagadnienia optymalizacji w postaci ogólnej

Niech stan badanego obiektu będzie opisywał wektor – funkcja $u(p)$, która jest rozwiązaniem zagadnienia brzegowego mechaniki ośrodka ciągłego, a p – wektor niezależnych zmiennych (współrzędnych i czasu).

Zagadnienie brzegowe sprowadzamy do rozwiązania równania operacyjnego:

$$Lu(p) = f(p); p \in D \quad (3a)$$

$$Ru(p_s) = \varphi(p_s), p_s \in S \quad (3b)$$

gdzie: L, R – operatory obojętne (całkowe, całkowo-różniczkowe, skalarne lub wektorowe),

D – obszar zmiany niezależnych zmiennych,

S – granica obszaru D ,

f – dany wektor funkcji,

Oznaczmy parametry optymalizacji przez wektor x ze składowymi $x_1, x_2, \dots, x_n$, wektor x należy do niektórych dopuszczalnych mnogości $U \in \mathbb{R}^n$

Zakładamy, że kryteria optymalizacji zależą od parametru stanu i optymalizacji x . Oznaczmy je przez:

$$J_i(u, x), i = \overline{0, x} \quad (4)$$

Niech na parametry optymalizacji nałożone są ograniczenia w postaci równości:

$$h_i(x) = 0, i = \overline{1, l} \quad (5)$$

i nierówności:

$$q_i(x) \leq 0, i = \overline{1, m} \quad (6)$$

Wtedy zagadnienie optymalizacji w postaci ogólnej brzmi następująco:

Znaleźć takie parametry optymalizacji $x \in U$, które zapewniają ekstremum (maksimum i minimum) głównego kryterium optymalizacji:

$$J_o(u, x) \rightarrow extr \quad (7)$$

przy ograniczeniach równości, nakładanych na parametry stanu i optymalizacji,

$$Lu(p, x) = f(p, x), p \in \Omega, Ru(p_s, x) = \varphi(p_s, x), p_s \in S \quad (8)$$

i nierówności:

$$J_i(u, x) \leq 0, i = 1, k, g_i(x) \leq 0, i = \overline{1, m} \quad (9)$$

Problemy rozwiązania zagadnienia sterowania optymalnego dla zespołów z parametrami ciągłymi są rozpatrywane w szeregu monografii [9,10,11,12]. W pracach tych przedstawiono wiele metod rozwiązywania podobnych zagadnień np. metod maksimum, metod dynamicznego programowania, metod momentów i innych. Jednak do niedawna można było rozwiązać zagadnienie sterowania tylko dla zespołów, które mogą być opisane stosunkowo prostymi modelami matematycznymi.

Obecnie pojawiają się rozwiązania zagadnień sterowania dla realnych procesów technologicznych. Wyróżniającą cechą zagadnień brzegowych, opisujących parametry związane z jakością wyrobów i procesów jest to, że w tym przypadku jest niemożliwe opisanie w formie analitycznej związku pomiędzy funkcją celu (kryterium optymalizacji) i funkcjami sterującymi. Jeżeliby aproksymować ostatnie za pomocą jakichkolwiek funkcji z niewiadomymi parametrami liczbowymi, to zagadnienie optymalnego sterowania doprowadza się do zagadnienia nieliniowego programowania[3].

W niektórych poszczególnych przypadkach ograniczenia w postaci równości mogą być jawnie rozwiązane w stosunku do wybranych zmiennych, które następnie są odrzucone z zagadnień jako niezależne zmienne i w zagadnieniu pozostają tylko ograniczenia w postaci nierówności. Jednak najczęściej ograniczenia w postaci równości nie mogą być rozwiązane i dlatego są zachowane. Jeśli funkcje f, g_i, h_j są liniowe, to zagadnienie nazywa się zagadnieniem programowania liniowego. Jeżeli chociażby jedna z tych funkcji jest nie liniowa, to zagadnienie nazywa się zagadnieniem nieliniowego programowania.

W rozwiązaniu zagadnienia programowania nieliniowego z ograniczeniami typu (5), (6) mogą być one doprowadzone do zagadnień bez ograniczeń na drodze dodawania do funkcji celu jednej lub kilku funkcji zadających ograniczenia funkcji kary, z tym żeby w zagadnieniu optymalizacji ograniczenia nie figurowały. Jeżeli ograniczenia zagadnienia zadane w postaci równania (3), to przejście do zagadnienia na bezwarunkowe ekstremum można dokonać wprowadzając pomocniczą funkcję celu z mnożnikiem Lagrange'a.

$$\varphi(x, \lambda_j) = f(x) + \sum_{j=1}^p \lambda_j h_j(x) \quad (10)$$

Stałe λ_j dla tej funkcji znajduje się z warunków stacjonarności $\varphi(x_i, \lambda_i)$ i równań (10).

Przy istnieniu ograniczenia w postaci nierówności można zapisać funkcje wspomagającą bez ograniczeń w postaci:

$$\varphi[x, \lambda(t)] = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i(t) G[q_i(x)] \quad (11)$$

gdzie: t – parametr, $\lambda_i(t)$ – współczynniki ważące, $G(q)$ – funkcje monotoniczne od q .

Funkcję tę można dobrać w taki sposób, aby $G(q) > 0$ przy $q < 0$ i $G(q) = 0$ przy $q > 0$.

Wspomagającą funkcję celu przy istnieniu ograniczeń obu typów, można zapisać na przykład w postaci:

$$\varphi(x) = f(x) + \sum_{j=1}^p \lambda_j h_j^2(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i U_i q_i^2(x) \quad (12)$$

gdzie: U_i operator Heaviseida ($U_i = 0$ przy $q_i(x) > 0$ i $U_i = 1$ przy $q_i(x) < 0$).

We wzorach (10) i (11) ograniczenia są brane pod uwagę za pomocą funkcji kary.

W literaturze o programowaniu nieliniowym opisano dużo metod zarówno o warunkowej, jak i bezwarunkowej optymalizacji. Metody warunkowe dzieli się na dwie grupy według charakterystycznych cech metody:

1. Metody wykorzystujące przy optymalizacji pochodne (metody gradientowe),
2. Metody, które nie wykorzystują pochodnych (metody prostego poszukiwania).

Spośród tych ostatnich bardzo efektywna jest metoda odkształcalnego wielościanu[4], która była zastosowana w zagadnieniu optymalizacji procesów ciągnięcia tulei.

Metody programowania nieliniowego są najbardziej potrzebne do rozwiązywania zagadnienia sterowania złożonych technologicznych procesów.

Przy dużej liczbie parametrów sterujących metody matematycznego programowania są trudno realizowalne nawet za pomocą nowoczesnych komputerów. Wynika z tego ważne zagadnienie oceny wpływu różnych czynników na kryteria optymalizacji w różnych przedziałach zmiany sterujących czynników i zmniejszenia liczby eksperymentów obliczeniowych. Korzystnym narzędziem do pokazanych celów jest metoda planowania eksperymentu[1,13], którą można stosować do aproksymacji rozwiązania liczbowego zagadnienia brzegowego, jak i dla poszukiwania optimum.

Istota metody jest następująca. Z otrzymanych informacji, oraz z obliczeń poprzedzających i eksperymentów wybierane są kryteria optymalizacji i czynniki sterujące.

Dla każdego czynnika wybierane są podstawowe poziomy i granice wariacji.

W przypadku najprostszym w eksperymencie każdy czynnik jest zmieniany na dwóch poziomach, górnym i dolnym.

Zmiany czynników są wybierane tak, aby poziom górny odpowiadał +1, dolny –1, a osiowy odpowiadał zeru. Można to osiągnąć za pomocą przekształcenia:

$$x_j = \frac{\tilde{x}_j - \tilde{x}_{j0}}{I_j} \quad (13)$$

gdzie: x_j – kodowane znaczenie współczynnika,

$\tilde{x}_j$ – naturalne znaczenie współczynnika,

$\tilde{x}_{j0}$ – naturalne znaczenie podstawowego poziomu,

I_j – interwał zmiany.

W całym eksperymencie czynnikowym, kiedy każdy z K czynników jest zmienny na dwóch poziomach, cała liczba eksperymentów jest równa 2^K .

Warunki eksperymentów wygodnie jest zapisywać w postaci tabeli – macierzy planowania eksperymentu. Po zakończeniu eksperymentu tworzy się aproksymację dla kryterium optymalizacji według czynników i ich wzajemnym wpływem. Współczynniki aproksymującego wielomianu można znaleźć za pomocą metody najmniejszych kwadratów[1,2]. Przy czym, w przypadku całego czynnikowego eksperymentu macierz planowania ma niektóre właściwości ortogonalności, to sprowadza do tego, że współczynniki w aproksymacji kryteriów optymalności, czyli równaniu regresji są liczone niezależnie od siebie.

Macierz planowania dla dwóch parametrów optymalizacji i dwóch kryteriów optymalizacji ma postać:

Tabela 1. Macierz planowania

Numer obliczenia	Kodowane wartości parametrów optymalizacji		Wartości kryteriów optymalizacji	
	x_1	x_2	$J_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)$	$J_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)$
1	-1	-1	$J_1^{(1)}$	$J_2^{(1)}$
2	+1	-1	$J_1^{(2)}$	$J_2^{(2)}$
3	-1	+1	$J_1^{(3)}$	$J_2^{(3)}$
4	+1	+1	$J_1^{(4)}$	$J_2^{(4)}$

Według wybranej macierzy planowania po niezbędnych obliczeniach można zbudować zależności liniowe kryteriów optymalizacji od parametrów optymalizacji $J_i(\tilde{x}) = a_0^i + \sum_{j=1}^n a_j^i \tilde{x}_j$ gdzie a_j ($j = 1, n; i = 1, 2$) – współczynniki wielomianu, obliczone metodą najmniejszych kwadratów[1,2] za pomocą zależności:

$$a_j^{(i)} = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N J_l^{(e)} \tilde{x}_{ji} \quad (14)$$

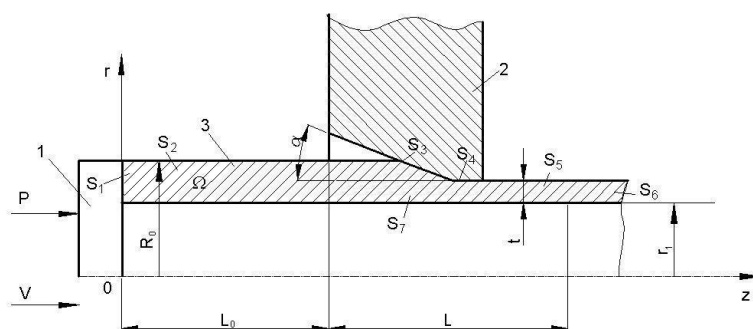
Współczynniki w równaniu regresji przy kodowaniu czynników wg (13) od razu pozwalają ocenić stosunkowe znaczenie czynników i ich wzajemnych

wpływów. Ilość eksperymentów w całym czynnikowym eksperymencie znacznie przewyższa liczbę określanych współczynników modeli. Dla zmniejszenia liczby eksperymentów stosuje się ułamkowy (drobny) czynnikowy eksperyment. W tym przypadku zamiast wzajemnych wpływów czynników, które można pominąć do macierzy planowania wprowadza się nowy czynnik sterujący. Przy zastosowaniu ułamkowych replik dokładność aproksymacji jest zaniżona, ponieważ liniowe efekty są mieszane z efektami wzajemnych wpływów. Ale w taki sposób można znacznie zmniejszyć liczbę eksperymentów. Jeśli równania regresji adekwatnie opisują cały obszar zmiany czynników, to metoda ekstremalnego planowania, która zawiera planowanie czynnikowe analizy regresyjnej i ruch wg gradientów (tj. metod największego spadku), od razu pozwala znaleźć optymalny punkt. Jeżeli model adekwatnie opisuje tylko część obszaru zmiany czynników, to trzeba zmierzać wg gradientów dotąd, dopóki kryterium optymalności zmniejsza się, a za tym przyjąć punkt stosunkowego optimum jako centrum nowego planu, znów zaplanować eksperyment, otrzymać nowy kierunek gradientu itd.

W rozpatrywanym niżej zagadnieniu optymalizacji procesu ciągnięcia tulei, metody planowania eksperymentu, efektywnie wykorzystuje się do sterowania jakością wyrobów w dostatecznie skomplikowanym technologicznym procesie.

Optymalizacja procesu ciągnięcia tulei

Aby określić optymalny system procesów ciągnięcia tulei na zimno ze zmniejszeniem grubości ścianki, zastosujemy metodykę opracowania optymalnych parametrów procesu ciągnięcia tulei na zimno.



Rys. 1. Schemat redukcji rury: 1 – stempel; 2 – matryca; 3 – wsad w postaci rury

Podstawowym problemem w projektowaniu danego procesu jest opracowanie zasad ciągnięcia zapewniających otrzymanie wysokojakościowych wyrobów przy minimalnej energochłonności.

Jako kryterium optymalizacji dla zadanego optymalnego zagadnienia wybieramy moc niezbędną w procesie przeciągania. Wtedy funkcją celu może być siła ciągnięcia:

$$I = \int_{S_4} \mu_M \sigma_n(\bar{x}) dS \quad (15)$$

gdzie: μ_M – współczynnik tarcia poślizgu na powierzchni kontaktu metalu z matrycą,

σ_n – naprężenia normalne,

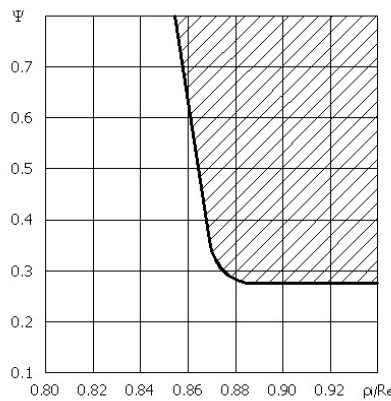
S – powierzchnia kontaktu materiału tulei z matrycą.

Ograniczenia w danym zagadnieniu optymalizacji związane są przede wszystkim z potrzebą otrzymania wyrobu wysokiej jakości. W praktyce przeróbki plastycznej metali często występują przypadki zniszczenia odkształcanego metalu i to nawet wtedy, kiedy zapas plastyczności nie jest jeszcze zupełnie wyczerpany ($\Psi < 1$)[14].

Zniszczenie w tym przypadku zachodzi pod działaniem naprężeń własnych.

Wyniki doświadczeń pokazują, że wyrób ulega zniszczeniu, jeżeli $\Psi > 0.3$ a $\rho_i > 0.86R_e$ (gdzie ρ_i – intensywność naprężeń własnych a R_e – granica plastyczności).

Na rysunku 2 pokazano wykres pozwalający na analizowanie warunków zniszczenia metalu pod działaniem naprężeń własnych[6].



Rys. 2. Wykres do określenia warunków zniszczenia pod działaniem naprężeń własnych

Zgodnie z tym wykresem gotowy wyrób może być zniszczony pod działaniem naprężeń ostatecznych, jeśli jednocześnie są spełnione warunki:

$$\psi > 0,3; \quad \frac{\rho_i}{R_e} > 0,86 \quad (16)$$

gdzie ψ – stopień wykorzystania zapasu plastyczności.

Zależności (16) pozwalają zapisać ograniczenie typu nierówności optymalizacyjnego zagadnienia. Dopuszczalnym obszarem są rozwiązania poza obszarem zakreślowanym na rysunku 2.

Wybór sterujących działań i określenie obszarów ich zmiany wymaga uprzedniego badania procesu, a tymczasowo można zapisać w ogólnej postaci $U(p) \in U_0$. Ograniczenie w postaci równości otrzymuje się z układu równań brzegowego zagadnienia sprężysto-plastyczności.

Niech D będzie obszarem otwartym przestrzeni Euklidesowej R^3 o granicy S . Przypuszczamy, że obszar D jest wypełniony metalem pod działaniem siły P przyłożonej do narzędzia wyciskającego w czasie stadium ustalonym izotermicznym. Obszar D może być przedstawiony jako połączenie dwóch podobszarów, sprężystego D^e i plastycznego D^p . Wtedy ograniczenia typu równości mogą być zapisane w postaci:

$$\sum_{j=1}^3 \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_{ij}} = 0; \quad (i = 1,2,3), \quad \vec{x} \in \bar{D} \quad (17)$$

$$S_{ij} = \frac{2\sigma_i}{3\xi_i} \xi_{ij}; \quad (i, j = 1,2,3), \quad \vec{x} \in \bar{D}^p \quad (18)$$

$$\dot{S}_{IJ} = 2G\xi_{ij}; \quad (i, j = 1,2,3), \quad \vec{x} \in \bar{D}^e \quad (19)$$

$$\xi_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right); \quad (i, j = 1,2,3), \quad \vec{x} \in \bar{D} \quad (20)$$

$$\xi_{xx} + \xi_{yy} + \xi_{zz} = 0; \quad \vec{x} \in \bar{D}^p \quad (21)$$

$$\xi_{xx} + \xi_{yy} + \xi_{zz} = k \frac{d}{dt} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}); \quad \vec{x} \in \bar{D}^e \quad (22)$$

Warunki brzegowe zagadnienia:

$$\left. \begin{array}{lll} V_n = 0, & F_t = \mu_s F_s & \vec{x} \in S_1 \\ F_r = F_z = 0 & & \vec{x} \in S_2 \oplus S_3 \\ V_n = 0, & F_t = \mu_m F_s & \vec{x} \in S_4 \\ F_r = 0, & V_z = \hat{V} & \vec{x} \in S_5 \end{array} \right\}.$$

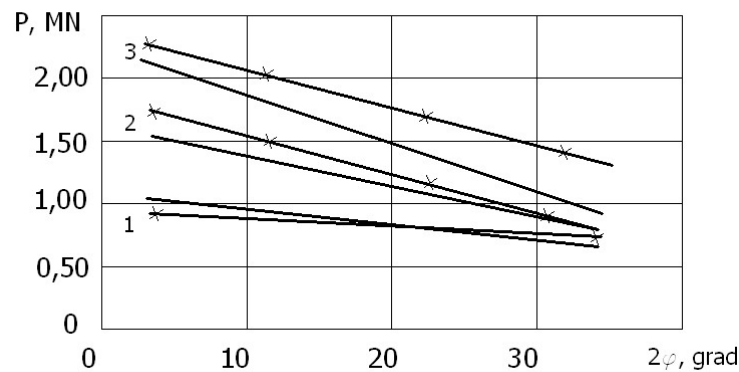
W podsumowaniu zagadnienie optymalnego sterowania może być sformułowane w następujący sposób: określić wektor sterowania $\{U\}$ dający minimum funkcjonału i (16):

$$\min I(U) \quad U \in \tilde{U} \quad (23)$$

na dopuszczalnej wielokrotności parametrów sterowania U przy ograniczeniach typu nierówności (17) nakładanych na stan naprężeń i przy ograniczeniach typu równości (18÷22), które przedstawiają zagadnienie brzegowe sprężysto-plastyczności.

W celu ujawnienia działań sterujących, które mają największy wpływ na siłę ciągnienia P , stopień wykorzystania zapasu plastyczności Ψ i maksymalną intensywność naprężeń ostatecznych ρ_i , są otrzymane zależności tych wielkości z wykorzystaniem metody planowania eksperymentu dla procesu ciągnienia tulei na zimno.

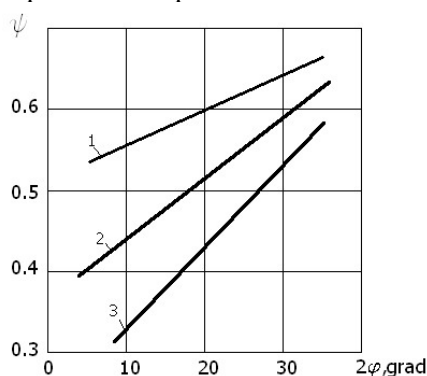
Metody planowania eksperymentu zastosowana została do analizy ciągnięcia tulei ze stali 45. Badane parametry ciągnienia to: połowa kąta stożkowatości matrycy φ , prędkość ciągnienia V , współczynnik tarcia na powierzchni kontaktu materiału i narzędzia μ oraz stopień ciągnienia $\lambda = R_0 - R_B / R_1 - R_B$. Na rysunku 3 pokazano zależność siły ciągnienia od kąta stożkowatości matrycy przy różnych prędkościach ciągnięcia i współczynnikach tarcia μ .



Rys. 3. Zależność siły ciągnienia od kąta stożkowatości matrycy, warunków tarcia i prędkości ciągnięcia: 1) $\mu_s = 0,01$; 2) $\mu_s = 0,26$; 3) $\mu_s = 0,5$; $\mu_m = 0,2$ $V = 150$ mm/s(-----); $V = 300$ mm/s(--x---x--)

W przedziałach zmiany kąta φ od $3^0 \div 17^0$ siła ciągnienia zmniejsza się wraz ze wzrostem wartości kąta, co jest związane ze zmniejszeniem powierzchni kontaktu metalu ze stożkowatą częścią matrycy. Wraz ze wzrostem powierzchni

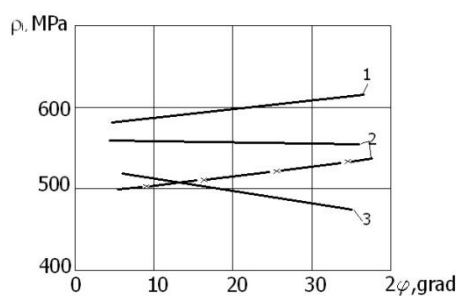
kontaktu metalu z powierzchnią matrycy siła ciągnięcia wzrasta, co ma związek z bardziej sztywnym schematem odkształceń w obszarze kontaktu z narzędziem i zmniejszeniem w wyniku tego odkształcenia w tym obszarze. Podwyższenie prędkości ciągnięcia też prowadzi do zwiększenia siły ciągnięcia. Powodem tego jest podwyższenie oporu metalu przeciwko odkształceniom plastycznym.



Rys. 4. Zależność maksymalnego stopnia wykorzystania zapasu plastyczności od kąta i μ .

1) $\mu_s = 0,01$; 2) $\mu_s = 0,26$; 3) $\mu_s = 0,5$; $\mu_m = 0,2$ $V = 150$ mm/s

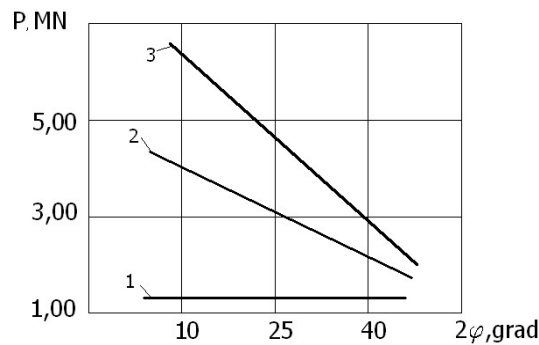
Na rysunku 4 pokazano zależność maksymalnego stopnia wykorzystania zapasu plastyczności ψ od kąta stożkowatości matrycy φ i współczynnika tarcia μ . Ze zwiększeniem kąta φ zapas plastyczności ψ wzrasta, ponieważ zwiększa się nierównomierność odkształceń w przekroju. Podwyższenie współczynnika tarcia na powierzchni kontaktu stempla i metalu zmniejsza nierównomierność prędkości płynięcia metalu w pobliżu powierzchni kontaktu i zmniejsza zapas plastyczności ψ .



Rys. 5. Zależność intensywności naprężeń własnych od φ , μ i V . 1) $\mu_s = 0,01$; 2) $\mu_s = 0,26$;

3) $\mu_s = 0,5$; $V = 150$ mm/s(-----); $V = 300$ mm/s(--x---x--)

Na rysunku 5 pokazano zależność maksimum intensywności naprężeń własnych ρ_i od półkąta φ , prędkości V i współczynnika tarcia μ . Wraz z podwyższeniem współczynnika tarcia μ na powierzchni tarcia intensywność naprężeń własnych zmniejsza się. Związane jest to ze zwiększeniem równomierności odkształceń w przekroju, co odpowiada wcześniej otrzymanym zależnościom: maksymalny stopień wykorzystania rezerwy plastycznej zmniejsza się a siła ciągnienia rośnie.



Rys. 6. Zależność siły ciągnienia od φ i λ : 1) $\lambda = 1,1$; 2) $\lambda = 1,35$; 3) $\lambda = 1,6$ ($V = 200$ mm/s; $\mu = 0,26$)

Na rysunku 6 pokazano zależność siły ciągnienia od kąta stożkowatości matrycy przy różnych stopniach ciągnienia λ . Oczywiście jest, że ze zwiększeniem gniotu rośnie siła ciągnienia. Rozważane zależności po opracowaniu za pomocą metody planowania eksperymentów wprowadzają do zależności (prędkość narzędzia przyjęta jako stała $V = 200$ mm/s):

$$p = (291,5 - 94,0x_1 + 163,3x_2 + 120,0x_3 - 97,1x_1x_2 - 56,1x_1x_3 + 120x_2x_3) \text{ [MN]};$$

$$\varphi = 1.3483 - 0,3715x_1 + 0,9502x_2 - 0,4263x_3 - 0,5171x_1x_2 + 0,3982x_1x_3 - 0,4263x_2x_3;$$

$$\rho_i^{max} = (51,6 - 2,2x_1 + 9,9x_2 + 6,9x_3 - 4,5x_1x_2 - 5,3x_1x_3 + 1,5x_2x_3) \cdot 9,9 \text{ [MPa]}$$

$$\tau_s = (87,0 + 2,6x_1 + 16,3x_2 - 5,6x_1x_2) \cdot 9,8 \text{ [MPa]} \quad (24)$$

gdzie:

$$x_1 = \frac{\varphi - 12,5}{7,5} \text{ grad};$$

$$x_2 = \frac{\lambda - 1,35}{0,25};$$

$$x_3 = \frac{\mu - 0,26}{0,24}.$$

W zależnościach (24) obszary zmiany parametrów przyjmuje się następująco:

$$10^0 \leq \varphi \leq 40^0; \quad 1,1 \leq \lambda \leq 1,6; \quad 0,02 \leq \mu_s \leq 0,5 \quad (25)$$

Nierówności (25) zgodnie z (3) określają obszar U dla wektorów sterowania $U\{\varphi, \lambda, \mu_p\}$.

W taki sposób opracowana analiza umożliwiła zapisanie w jasnej postaci ujawnionej[1] funkcje celu (13), oraz pozwoliła wybrać sterujące wzajemne oddziaływanie i obszar ich zmiany. Dla rozwiązania postawionego zagadnienia optymalizacji[1] została zastosowana metoda odkształcanego wielościanu Nelder-Midla[15]. Ograniczenia były spełnione za pomocą funkcji kary[2]. W wyniku otrzymano optymalne znaczenie składowych wektora sterowania:

$$2\varphi = 19,4^0; \quad \lambda = 1,128; \quad \mu_s = 0,44 \quad (26)$$

przy którym siła ciągnięcia wynosiła 1,7 MN przy $V=200$ mm/s.

Wnioski

Jak wykazały obliczenia teoretyczne, duży wpływ na umocnienie metalu i naprężenia własne ma odkształcenie i prędkość odkształcenia. Również nie bez znaczenia jest rozkład temperatury w wyrobie podczas odkształcania. Wraz ze wzrostem dwóch pierwszych czynników metal umacnia się, a przy podwyższeniu temperatury – następuje rekrytalizacja. Dlatego, z jednej strony, w celu otrzymania założonego umocnienia, konieczne jest redukcowanie rury z możliwie największym stopniem i prędkością odkształcenia. Z drugiej strony, przy dużych stopniach i prędkościach odkształcenia, następuje wzrost temperatury materiału w wyniku tarcia na powierzchni styku i wewnętrznych źródeł ciepła, co prowadzi do rekrytalizacji. Są to dwa przeciwstawne procesy i konieczne jest w tym przypadku rozwiązanie odpowiedniego zadania optymalnego. Należy zwrócić uwagę, że przy wyborze optymalnych parametrów procesu nie można zapominać o rozkładzie naprężeń własnych i wyczerpaniu zapasu plastyczności materiału, które także w silnym stopniu zależą od wymienionych wyżej czynników.

Literatura

- [1] Adler Ju. P., Markova E.V., Granovskij Ju.V.: Planirovanie ehksperimenta pri poiske optimal'nyh uslovij. – M. Nauka, 1971 – 283 s.
- [2] Dewiatow V. V., Dyja H. S., Stolbow V. Y. i in.: Matematyczne modelowanie i optymalizacja procesów wyciskania. Seria Metalurgia nr. 38. Częstochowa 2004.
- [3] Gorec Dzh., Temam R., Tuzo ZH.: Metod rasshheplenija i ego primenenie k resheniju zadach teorii uprugosti. – V kn. Paschet uprugih konstrukcij s ispol'zovaniem EHVM. T. 2, L. Sudostroenie, 1974, 239–258 s.
- [4] Hajkin V.E., Tarnovskij I.Ja., Odinson V.I., Glazunov V.G.: Metod diskretizacii v zadachah obrabotki metallov davleniem. Soobshhenie - Izv. vuzov. Chernaja metalurgija, 1973, No 1, s. 193-197; No 3, s. 73–77
- [5] Himmel'blau D.: Prikladnoe nelinejnoe programirovanie. M. Mir. 1975. 534 s.
- [6] Kolmogorov V. L.: Naprjazhenija. Deformacii. Razrushenie. – M. Metallurgija, 1970, 230 s.
- [7] Kolmogorov V. L.: Nekotorye aktual'nye zadachi teorii obrabotki metallov davleniem. –M. Izd-vo Vsesojuzn. in-ta legkih splavov, 1979, 124 s.
- [8] Korneev V. G.: Shemy metoda konechnyh ehlementov vysokih porjadkov tochnosti. – L. Izd-vo Leningrad. un-ta, 1977, 208 s.
- [9] Kravchuk A. C.: O teorii plastichnosti dlja traektorii deformacii srednej krivizny. Uprugost' i neuprugost'. Vyp. 2. Moskov. un-t . M., 1971, 91–100 s.
- [10] Kroha V. A.: Uprochnenie metallov pri holodnoj plasticheskoj deformacii. Spravochnik. – M. Mashinostroenie. 1980. 157 s.
- [11] Kurant R. i Gil'bert D.: Metody matematicheskoj fiziki. T. i – M.-L. Gostehizdat, 1931. 476 s.
- [12] Lejtman Dzh.: Vvedenie v teoriju optimal'nogo upravlenija. – M. Nauka, 1968, 192 s. s il.
- [13] Lenskij V.S.: Sovremennye voprosy i zadachi plastichnosti v teoreticheskom i prikladnom aspekte. – V kn. Uprugost' i neuprygost'. Vyp, 5. M. Izd- Mosk. un-ta, 1978, s. 65-96.
- [14] Lenskij V.S., Lenskij Eh. V.: Trehchlennoe sootnoshenie obshhej teorii plastichnosti. – Izv. AN SSSR, MTT, 1985, No 4, s. 111–115
- [15] Levanov A.N., Kolmogorov V.L. i dr.: Kontaktnoe trenie v processah obrabotki metallov davleniem. –M. Metallurgija, 1976, 416 s.

Witalij Dewiatow, Jacek Michalczyk, Zygmunt Potęga

**THE OPTIMIZACION OF PROCESSING PLASTIC DEFORMATION
ON EXAMPLE OF DRAWING SLEEVES**

Summary

In this work presented results of solution of sure tasks of optimization of processes extrusion of charge about cylinder shape. Passed she became the analysis of different factors acting on studied technological processes also. Presented, what is the possibility of steering the processes in aim the receipt of definite stamina features of article. The detailed analysis was subjected on example of process the methodology of solution of tasks optimization the drawing of sleeves