PHILOSOPHICAL DISCOURSES
Prace Naukowe Uniwersytetu Jana Długosza w Częstochowie
2023, t. V, s. 135–145

http://dx.doi.org/10.16926/pd.2023.05.09

Ryszard MISZCZYŃSKI
https://orcid.org/0000-0001-7195-9022
Uniwersytet Jana Długosza w Częstochowie

Matematyka: historia, uniwersalność, kultura. Uwagi na temat rozumienia matematyki w pracy Wiesława Wójcika *Uniwersalność matematyki w ujęciu historycznym*

Streszczenie

W artykule omawiam rozumienie matematyki przez Wiesława Wójcika w książce *Uniwersalność matematyki w ujęciu historycznym.* Nauka analizowana jest w kontekście historycznym i w relacji do kultury. Wójcik definiuje matematykę jako naukę uniwersalną.
Słowa kluczowe: matematyka, historia matematyki, schemat rozwoju matematyki, matematyka a kultura, uniwersalność matematyki, Wiesław Wójcik.

O matematyce od dawna mówiono jako o królowej nauk, podstawie wszelkich istotnych rozważań. Platon zauważył tę rolę dyscypliny, umieszczając nad wejściem do swej słynnej akademii napis: *Medeis ageometretos eisito mu ten slegen*. Bez umiejętności prowadzenia ścisłych rozumowań geometrycznych nie próbuj myśleć o zdobyciu mądrości. Dość powszechnie podkreśla się precyzję jako cechę wyróżniającą rozumowania matematyczne spośród wielu innych sposobów myślenia. Od czasu Platona ta podstawowa dyscyplina bardzo mocno zmieniła się, pojawiło się wiele innych rodzajów ścisłego myślenia. Pytanie – czym jest matematyka? – jest ciągle aktualne, powstaje wiele różnych odpowiedzi i wciąż będą powstawać kolejne.

W poniższym tekście chcę krótko przedstawić odpowiedź, jaką historyk matematyki, filozof, prof. Wiesław Wójcik udzielił w swej książce o historii uniwersalności matematyki (2021). Jej treść w zasadzie charakteryzuje interesującą nas naukę w trzech wymienionych w tytule tekstu aspektach.

Jak łatwo się domyślić, nie może być jednej ogólnej odpowiedzi na tak postawione pytanie. Ona zmienia się wraz z upływającym czasem. Coś innego przykuwało uwagę Platona niż ludzi żyjących dzisiaj, na coś innego zwrócą uwagę nasi następcy. Poszukiwanie tej charakterystyki w sposób naturalny kieruje myśl ku dziejom nauki. Mimo że bardzo często traktowana jest jako wiedza pewna, której twierdzenia nigdy nie ulegają dezaktualizacji, to jednak ma miejsce stały postęp dołączania kolejnych tez, powstawania nowych teorii i – mówiąc ogólnie – poszerzania się obejmowanych przez nią treści. Dyscyplina rozwija się, ulega zmianom. Jest przecież wynikiem ludzkiej aktywności i jako taka musi przebiegać w czasie. Zależy od zdolności różnych jednostek ludzkich i od innych warunków wpływających na twórczość istotnych podmiotów omawianej dyscypliny.

Bardzo często, myśląc o matematyce, zwraca się uwagę na jej uniwersalność. Uczeni zwykle traktują to przekonanie jako truizm niewymagający żadnych dodatkowych uzasadnień. W pewnym stopniu ów brak zainteresowania można tłumaczyć dominującym w tym środowisku platonizmem. Podsuwa on bowiem łatwą odpowiedź: nie koncentrujemy się na przedmiotach konkretnych, lecz ogólnych, bo to one wyznaczają zasadnicze cechy otaczającej nas rzeczywistości. W inny nieco sposób rozumieją tę uniwersalność ci, którzy podkreślają autonomię matematyki, jej niezależność od wszystkich innych nauk. Tę myśl bardzo wyraźnie wypowiedział Jan Śniadecki, podkreślając jej rolę jako bardzo ważnego narzędzia w procesie naukowego poznawania rzeczywistości. Do tego dodawał najwyższą niezawodność prowadzonych rozważań: „jest stolicą pewności, bo samowładnie panuje nad całą krainą poznawań ludzkich" (Śniadecki 1954, 275). Wykorzystując autorytet Jana Bernouliego, następująco podsumowywał uniwersalne znaczenie „królowej nauk" dla możliwości funkcjonowania pozostałych dyscyplin: „jej bowiem wszystkie prawie nauki potrzebują, a ona żadnej" (Śniadecki 1954, 275).

Kolejna idea książki dotyczy związku omawianej dyscypliny z kulturą. Jak łatwo zauważyć, nauka wraz z upływem czasu stawia przed sobą nieco inne cele, inaczej stara się je realizować, ciągle znajduje nowe narzędzia do swej pracy, wypracowuje nowe terminy, przyjmuje inne aksjomaty. Wbrew częstemu przekonaniu, że jest to dyscyplina wyjątkowo oderwana od rzeczywistości, od całego społecznego otoczenia, to jednak jest bardzo mocno związana z otaczającą ją kulturą, na którą oddziałuje i przez którą jest w znacznym stopniu kształtowana. Ta relacja – co oczywiste – nie może zostać zlekceważona przez badacza historii i filozofii matematyki.

Ujęcie nauki, które nie ogranicza jej roli do narzędzia nauk przyrodniczych, lecz sytuuje ją w szerszym środowisku, jest charakterystyczne dla tzw. humanistycznego podejścia do matematyki. To stanowisko jest podstawą całości prowadzonych w książce Wójcika rozważań. Nie leży ono w głównym nurcie sposobów widzenia dziejów omawianej dyscypliny. Na podobnym przekonaniu opierają swe wykłady Howard L. Resnikoff, Raymond O. Wells Jr., Lucio Russo, Morris

Kline. W tym szeroko rozumianym uniwersum rola matematyki jest zasadnicza. Opisuje ją następująca teza:

> Odkrycia matematyczne leżą u podstaw wielu wynalazków, postępu technicznego i gospodarczego. Również pojawianie się kolejnych idei i umiejętności matematycznych wiąże się z rozwojem człowieka i całego gatunku ludzkiego – mogą stanowić wyznacznik kolejnych etapów ewolucji człowieka (Wójcik 2021, 11).

Za pewne potwierdzenie zasadności przyjętego stanowiska można uznać następujące sekwencje zdarzeń: rewolucja kulturowa III w. p.n.e. była wynikiem rozwoju techniki spowodowanego osiągnięciami greckich matematyków; istotne przemiany gospodarcze i kulturowe nowożytności były skutkiem znacznego zwiększenia ludzkich umiejętności obliczeniowych, włączenia do matematyki operacji nieskończonościowych, rachunku różniczkowego i całkowego oraz rachunku wariacyjnego (Wójcik 2021, 11–12); podobne źródła można dostrzec we współcześnie dokonującej się rewolucji informacyjnej (7). Opisany powyżej związek – jak podkreśla Wójcik – warto wykorzystać w pracy historyka. Tkwi w nim „szczególnie duża siła eksplanacyjna" (11). Dlatego można potraktować odkrycia matematyczne jako „punkt odniesienia dla badania dziejów cywilizacji" (11).

Początków dziejów matematyki można doszukiwać się w czasach, kiedy pojawiały się pierwsze ślady charakterystycznych dla niej sposobów myślenia, np. zachowanych prób liczenia, porządkowania przedmiotów w zbiory czy pierwszych rysunków figur geometrycznych. Autorzy książek o historii tej nauki zwykle ograniczają swe zainteresowania do czasu, z którego zachowały się wyraźne zapisy pierwszych charakterystycznych dla dyscypliny rozważań. Autor prezentowanej publikacji, chociaż koncentrował się na greckich początkach nauki, rozpoczął swój wykład od przypomnienia istniejących już w czwartym tysiącleciu przed naszą erą zaawansowanych rozważań w Mezopotamii, Babilonii, Egipcie oraz Indiach i Chinach (17–24).

Proces rozwoju dyscypliny Autor podzielił na sześć okresów (236–237). Inspiracją dla przyjętego uporządkowania ma być periodyzacja przedstawiona przez Józefa Marię Hoene-Wrońskiego. Jest to jednak – jak Wójcik podkreślił – tylko inspiracja, a nie ścisłe przejęcie ustaleń polskiego mesjanisty.

Toczone na Wschodzie rozważania stanowią dla autora centrum osiągnięć pierwszego, jeszcze „przedmatematycznego", okresu. Te pierwotnie praktyczne zainteresowania zostały rozszerzone w drugim okresie „liczby i koła", w którym rozwijano umiejętności działań arytmetycznych i wykonywania konstrukcji geometrycznych, poznając jednocześnie podstawowe zależności obowiązujące w obu obszarach.

Kolejny okres Wójcik wiąże z odpowiednio rozwiniętymi umiejętnościami pozwalającymi na osiągnięcie zaawansowanych rezultatów, np. twierdzeń przypisywanych Talesowi czy Pitagorasowi. W tym miejscu warto zwrócić uwagę na dość specyficzny sposób ówczesnego rozumienia wyników: zdobywane informacje o matematycznie skomplikowanych relacjach geometrycznych i liczbowych między różnymi obiektami traktowane były jako własności przedmiotów należących do świata otaczającego człowieka. Według Hoene-Wrońskiego ów specyficzny status zdobywanej wiedzy uzasadniał określenie dotychczas wymienionych stadiów mianem nauki *in concreto*. Warto za Wójcikiem zwrócić uwagę na jeszcze jedną cechę analiz prowadzonych w tym czasie. Otrzymywane wyniki dotyczyły wyraźnie określonego problemu. Nie były ze sobą powiązane ani nie wynikały z jakichś ogólniejszych twierdzeń.

Jak wspomniałem, pierwsze trzy okresy to początki nauki związanej z rzeczywistością zmysłową. Otaczający świat jest porządkowany za pomocą liczenia oraz dzięki wykorzystywaniu umiejętności geometrycznych. Poszukiwana uniwersalność może być wtedy związana z poszerzaniem obszaru materialnej rzeczywistości, która może zostać poddana badaniu za pomocą owych pierwotnych narzędzi.

Przedstawiona wyżej sytuacja uległa zmianie przez przyjęcie nieco bardziej dojrzałego nastawienia teoretycznego. Umożliwił je dokonujący się proces odrywania analizowanych związków od ich nośników: oczyszczania obiektów matematycznych z owego materialnego dodatku. Zaczęto kierować się ku „czystym" niefizykalnym bytom. Za Hoene-Wrońskim nazywany jest on okresem matematyki abstrakcyjnej. Wtedy coraz większą rolę zaczęły odgrywać rozumowania dedukcyjne. Wykorzystywany np. przez Euklidesa sposób uprawiania nauki był możliwy dzięki aksjomatyzacji: oparcia rozważań na kilku ogólnych zdaniach określających relacje między pewnymi obiektami. Wbrew możliwym oczekiwaniom postępująca autonomizacja matematyki nie tylko nie zlikwidowała jej praktycznej skuteczności, ale nawet ją zwiększyła. Niestety, nowemu podejściu czasem towarzyszyły trudności niemające już tak wyraźnie empirycznego charakteru. Głośnym przykładem był tzw. problem niewspółmierności odcinków. Rozwiązanie tego problemu – jak można sądzić – nie powinno sprawiać szczególnych kłopotów w świecie zmysłowym. Jednak teraz konieczne było wprowadzanie nowych idei. Coraz bardziej widoczny stawał się symboliczny charakter zdobywanej wiedzy. Zupełnie podobny status musiano przypisać wielu wprowadzanym i wykorzystywanym bytom jednostkowym (np. liczbie Π). One – jak wspominałem – nie pozwalały się zbyt łatwo sprowadzić do obiektów analizowanych w okresach wcześniejszych. Ważnym uczonym tworzącym w tym czasie był Eudoksos z Knidos (73–79). Był to także czas działalności Euklidesa, Archimedesa – oraz innych związanych z Aleksandrią wybitnych postaci greckiej starożytności.

Okres nauki abstrakcyjnej pozwolił na podejmowanie rozumowań w zasadzie niezależnych od otaczającego świata. Wykorzystywane pojęcia ogólne kierowały uwagę matematyków ku zupełnie nowemu niezmysłowemu światu. Opisywano istniejące w nim obiekty, relacje między nimi. Otrzymywane wyniki, jak się okazywało, dawały się praktycznie wykorzystać. Mówiąc inaczej, matematycy odkryli pewną głębszą abstrakcyjną strukturę leżącą u podstaw empirycznej rzeczywistości. Zaczęli zajmować się tym niewidzialnym światem, a on okazał się ważniejszy, bardziej fundamentalny niż ten, który nas otacza.

Kształtująca się umiejętność wykonywania powtarzalnych czysto umysłowych operacji pozwala na wyróżnienie piątego okresu – matematyki algorytmicznej: szukano i wykorzystywano różne ogólne metody działań. Wspominany symbolizm wiedzy matematycznej umożliwiał przechodzenie od poznawania pewnych ogólnych relacji liczbowych bądź geometrycznych aż do formułowania czysto algebraicznych wzorów. Omawianie tego fragmentu dziejów Wójcik rozpoczął od matematyki aleksandryjskiej. Już tam algebra zaczęła uzyskiwać pewną swoistość. Jednak jej rozwój w Europie miał miejsce od XII w. Istotną rolę odgrywali François Viète i Kartezjusz (155–156). Ważnym wydarzeniem tego etapu stało się odkrycie geometrii analitycznej. Mimo skoncentrowania się na zachodnim nurcie rozwoju w pracy znajdujemy informacje o islamskiej linii postępu wiedzy tkwiącej w starożytnych wątkach algebraicznych. Tu Autor duże znaczenie przypisał m.in. al-Chuwarizmiemu (153–154). Uczony w języku algebry opisywał różne sposoby rozwiązywania równań, stając się jednocześnie twórcą idei algorytmu (158).

Pojawiający się w piątym okresie nowy algebraiczny język pozwolił za pomocą symbolicznej formuły jednocześnie zapisać wiele różnych relacji zachodzących między obiektami należącymi do zupełnie różnych dziedzin. Uniwersalność tego nowego podejścia polegała na dostrzeżeniu identyczności opisywanych związków, podobnie krótko udawało się opisać wiele sposobów rozwiązywania różnych trudności pojawiających się w mocno oddalonych od siebie sferach rzeczywistości.

Następny nowożytny etap rozwoju nauki związany został z ideami funkcji i nieskończoności, co znacząco poszerzało matematyczne uniwersum. Wprowadzone także zostały liczby zespolone. Pojawiły się analizy nad uogólnionym działaniem sumowania, nad ciągłością, badano granice i szeregi. Efektem było pojawienie się rachunku różniczkowego i całkowego.

Wraz z funkcją istotnie poszerzył się zakres badanych obiektów. Skierowano analizy na dotychczas nieznane własności. Dużemu wzmocnieniu uległ matematyczny oręż uczonych. Pojawiły się nowe działy matematyki, a wyniki pozwalały mocno zwiększyć jej praktyczne możliwości.

Za kolejne ważne zjawisko wyznaczające współczesny kierunek rozwoju nauki Wójcik uznał pojawienie się tzw. rachunków uniwersalnych (240–241). Odszedł od klasyfikacji Hoene-Wrońskiego[1] i wskazał na *characteristica universa-*

---

[1] Przedstawiona powyżej periodyzacja bliska jest ujęciu Hoene-Wrońskiego (Wójcik 2021, 13). Pierwsze trzy okresy wyróżnione przez Wójcika stanowią łącznie pierwszy fragment dziejów z opisanych we *Wstępie do wykładu matematyki*: matematykę *in concreto*. Kolejne (4–6) wprost odpowiadają wcześniejszej klasyfikacji. Piąty okres wskazywany przez Hoene-Wrońskiego związany był z rolą odkrytego przezeń tzw. prawa najwyższego. Minęły dwa wieki od wypowiedzi Hoene-Wrońskiego na temat piątego okresu rozwoju matematyki. Z tej perspektywy autor *Uniwersalności matematyki* miał prawo nie zgodzić się z oceną roli, jaką według jego odkrywcy miało ono odegrać w nauce.

lis Leibniza. Ona kierowała uczonych ku zupełnie innym ideom otwierającym niedostrzegane dotychczas możliwości. Podobne znaczenie miały zapoczątkowane w XX w.: teoria kategorii i funktorów, teoria gier, geometria fraktalna i metamatematyka (240). Używając języka Hoene-Wrońskiego, można powiedzieć o ich „ostatecznym fundamentalnym" charakterze. Proponują badania nieuwarunkowane. Analizy dotyczą „absolutnej podstawy każdej wiedzy" (240). Tym samym matematyka staje się uniwersalnym fundamentem wszystkich nauk.

Ostatnim na liście Wójcika jest dopiero rozpoczynający się okres rozwoju matematyki. To czas najpełniejszej manifestacji poszukiwanej przez niego uniwersalności. Nauka przestaje być ograniczona przedmiotem badań, a staje się analizą wszystkiego, co możliwe. Ona też – oczywiście – jest takim przedmiotem. Ponadto „W ostatnim «odsłonięciu» [...] okazuje się być nieuwarunkowanym początkiem i podstawą każdej wiedzy" (244). Jak Autor podkreśla – staje się projektowaną przez Kartezjusza i Leibniza *mathesis universalis* (245). Kontynuując myśl o matematyce jako nauce nieuwarunkowanej, wskazuje na nią również jako na wzór racjonalności: „Rzeczywistość w swej racjonalnej strukturze wyłania się, gdy «przykładamy» do niej matematykę" (246).

Dzieje matematyki powinny być widziane w relacji do procesów rozwoju cywilizacji. Wójcik swój wykład prowadzi, odnosząc się do klasycznej już koncepcji Thomasa Kuhna. Chociaż amerykański uczony nie starał się opisać mechanizmów rozwoju matematyki, to jednak niektórzy badacze wykorzystują jego kategorie do przedstawienia dziejów tej dyscypliny. Autor *Uniwersalności matematyki* zdecydowanie odrzuca tę możliwość. Podkreśla ciągły i kumulatywny charakter rozwoju matematyki. Za naturalne wręcz uważa wykorzystywanie odkryć poprzedników, które zostają „przyswojone i zasymilowane" (14). Dlatego ironicznie podkreśla, że odwoływanie się do podstawowej kategorii amerykańskiego uczonego wymagałoby deklaracji raczej niezgodnej z intencjami jej badacza: „w matematyce obowiązuje jeden paradygmat" (14). I zaraz po tym niekuhnowskim *credo* dodaje: zawsze „można wskazać kilka nurtów i wiele programów badawczych" (14). Opowiedzenie się za podejściem Lakatosa uzasadnia powszechnym w rozważanej nauce doświadczeniem wykorzystywania różnych teorii jako fundamentu dla własnych analiz. Np. interpretowanie liczb zgodnie z teoriomnogościowym podejściem wcale nie utrudnia zrozumienia innego stanowiska, lecz odwrotnie – ułatwia. Wskazywane kumulatywność i ciągłość nie czynią bynajmniej z matematyki monolitu. Programy badawcze „często konkurują ze sobą" (225) i – co nie powinno dziwić – wpływają na siebie: „Dopełniają się […], a nie są ze sobą sprzeczne" (225).

Mimo krytyki Kuhna łatwo zauważyć w książce ślady jego refleksji. Zamiast paradygmatów i oddzielających je rewolucji Wójcik obserwuje ciągły proces postępującego rozwoju, który w pewnych okresach jakoś zmienia swój kierunek, nabiera nowej dynamiki. To wynik przełomów naukowych. Wprowadzony termin – co należy podkreślić – nie wskazuje na procesy negacji poprzednio uzyskanych wyników, ale na odkrycia prowadzące do istotnie nowych syntez dotychczasowej wiedzy, do ewentualnie innego usytuowania poszczególnych rezultatów. Przełom mogą stanowić cenne merytorycznie odkrycia lub idee prowadzące do istotnych zmian. Ich następstwem mogą być ważne wydarzenia kulturowe czy nawet rewolucja przemysłowa.

Przełom może trwać przez dłuższy czas „nawet przez wiele wieków" (226), nie eliminując jednak wcześniejszych programów badawczych czy nurtów. Nowe idee lub metody wcale nie wiążą się z porzuceniem wcześniejszych treści. Korzystają z nich, nadają im nowe znaczenia i z nimi wiążą się zupełnie nowe możliwości. „Charakterystyczną cechą przełomu jest to, że otwiera on nowy okres dziejów, jednak nie zamyka poprzedniego, jak ma miejsce w przypadku rewolucji" (226). Często trudno wskazać dokładny termin zakończenia przełomu. Przez dłuższy czas może on wywoływać kolejne zmiany. Jego efekty są jednak nieodwracalne. Znaczenie pojawiających się po przełomie nowych idei często mocno zmieniało dotychczasowy obraz dyscypliny, powodując pojawienie się różnych sprzeczności lub innych kłopotów związanych z funkcjonowaniem dotychczas obowiązujących intuicji. Ten stan rzeczy zwykle jednak ulegał naprawie dzięki wypracowaniu nowych siatek pojęciowych, metod i powolnemu kształtowaniu się nowych intuicji adekwatnych do zmienionych warunków. I – jak dodaje Wójcik – „Tak przynajmniej działo się w analizowanych dziejach matematyki, rozpoczynających się od matematyki sumeryjskiej, a kończących na matematyce zachodniej" (226).

Wskazywanym przez Wójcika przykładem przełomu wykraczającego poza swój czas był poprzedzający powstanie matematyki abstrakcyjnej okres od VI w. p.n.e. (227). Charakterystyczne dla niego dążenie do aksjomatyzacji nie skończyło się wraz nadejściem okresu matematyki ogólnej, ale przeżywało swój burzliwy renesans, np. na przełomie XIX i XX w. Powstawały nowe metody badawcze, usuwano początkowe sprzeczności, przezwyciężano „groźne dla rozwoju cywilizacji […] paradoksy kulturowe"[2] (227).

Podobnie przełomowe znaczenie miały działania matematyków w III w. p.n.e. Coraz częściej wykorzystywano terminy związane z odpowiadającymi im powszechnikami. Badano ich status. Wśród nich występowały np. stosunki istotnie różniące się od wcześniej rozpatrywanych relacji między niebudzącymi wątpliwości liczbami naturalnymi. Wymagały one powstania odpowiedniej symboliki i algorytmów pozwalających wykonywać odpowiednie pomiary oraz inne operacje. Ważną rolę odegrała tu algebraizacja dyscypliny. Prowadzące do identycznych wyników powtarzalne sposoby wykonywania obliczeń wiodły do prze-

2 Grożące niszczeniem cywilizacyjnych osiągnięć sprzeczności kulturowe są według autora usytuowane w sferze świadomości społecznej, „w czterech mitach: pierwotnego chaosu, upadku człowieka, tragicznego losu (fatum) oraz duszy wygnanej" (230). Ciągły, kumulatywny rozwój nauki oraz opartej na niej techniki stanowi wystarczającą podstawę obrony przeciw zapowiadanym w mitach zagrożeniom (230–231, por. 47–61).

konania o przezwyciężeniu rezultatów o arbitralnym charakterze i suponowały przeświadczenie o pewnym głębszym osadzeniu ich w rzeczywistości.

Mimo odrzucenia kategorii rewolucji autor w swej pracy wielokrotnie zwraca uwagę na występujące w dziejach ciekawe zjawisko, do pewnego stopnia przypominające Kuhnowskie zerwanie ciągłości. Określa je terminem „utrata matematyki”. Polega ono na rujnowaniu nauki i zahamowaniu jej rozwoju, które wynikały z niszczenia bądź zagubienia pewnych dzieł, likwidacji niektórych ośrodków czy z innych działań prowadzących do zapomnienia treści otrzymanych wyników. Zwykle były to wydarzenia o wyraźnie pozanaukowym charakterze, np. zaistniałe wskutek różnych kataklizmów, wojen, innych wydarzeń politycznych czy po prostu niezrozumienia wartości eliminowanych wytworów. Przykładem może być prawie całkowite zapomnienie osiągnięć sumeryjskich, do których zaczęto powracać dopiero na przełomie wieków XIX i XX. W podobny sposób zaginęło wiele innych wyników. Zupełnie przeciwnym działaniem były podejmowane po pewnym czasie próby odzyskiwania zagubionych treści, rekonstruowania ich. Tę działalność na rzecz odzyskiwania utraconych wyników – jak łatwo zauważyć – mocno wiąże się z podkreślaną wyżej ciągłością dziejów matematyki.

W przedstawianym w książce procesie rozwoju matematyki autor dostrzega pojawiające się w już w starożytności cztery programy badawcze: pitagorejski, platoński, archimedesowski i arystotelesowski. Nieco uogólnia wprowadzoną przez Lakatosa kategorię i mówi o nurtach badawczych. Jak wyjaśnia: mają oddziaływać „na kolejne idee i teorie matematyczne, stanowiąc istotne źródło inspiracji. Są połączeniem pewnych elementów filozofii matematyki i pokazują możliwość budowania obiektów i teorii matematycznych, w oparciu o podstawowe idee, które przyjmują różne matematyczne realizacje” (220). Odwołując się do źródeł wskazywanych przez autora, można uznać „nurt” za synonim „tradycji”.

Podstawową ideą pitagoreizmu jest harmonia. Myśliciele kierujący się tą perspektywą zestawiali matematykę ze światem materialnym, uzupełniając zauważane wady doskonałością odpowiednich struktur matematycznych. W konsekwencji zdobywali poznanie *arche*.

Platonizm bada piękno czystych bytów matematycznych, nie interesując się otaczającym światem. Ważne jest piękno autonomicznej matematyki. Wykorzystywana metoda hipotetyczno-dedukcyjna może prowadzić do poznawania świata idei. Wiedza o obowiązujących w nim relacjach pozwala przejść do odpowiadających im stosunków w niższych rodzajach bytu.

Podejście archimedesowskie charakteryzuje się matematycznym opisem ufundowanym na empirycznych podstawach: sprawdzenia matematycznego modelu za pomocą materialnej konstrukcji.

Wspominany projekt Arystotelesa w zasadzie nie dotyczył bezpośrednio matematyki. Oddziaływał jednak na nią przez wpływ, jaki przez wiele wieków wywierał na zdobywaną wiedzę o świecie. Wymagał, aby opis rzeczywistości ujawniał kierujące nią zasady oraz przyczyny. Tych jakościowych opisów – jak uważał Stagiryta – matematyka nie potrafi dostarczyć. Koncentruje się bowiem na ilości i formie geometrycznej. Restrykcje nałożone przez Arystotelesa na obszar badań matematyki ograniczały jej znaczenie, większą rolę odegrało wyraźne podkreślenie zadań logiki oraz jej formalizacja.

W starożytności wielokrotnie podkreślano znaczenie edukacji matematycznej w wychowaniu pełnego człowieka oraz w rozwoju cywilizacji. Współcześnie ona także znajduje się wśród tzw. szkolnych przedmiotów. To m.in. zapewnia omawianej dyscyplinie trwałą obecność w kulturze i może rodzić nadzieję na jej ciągły rozwój. Mimo częstych głosów sprzeciwu wobec „traumy", z jaką wiązać się ma konieczność przyswajania dość abstrakcyjnych treści, nie zdecydowano się na wyeliminowanie jej z programów nauczania. Prawdopodobnie konsekwencją eliminacji musiałoby być także istotne ograniczenie możliwości przekazywania uczniom nawet elementarnej wiedzy zdobywanej przez takie dyscypliny, jak fizyka, chemia, geografia itp. Matematyka stała się ich podstawowym językiem i z tego powodu, nie ograniczając ich do treści znanych już w starożytności, trudno byłoby prowadzić wykład aktualnych efektów poznania otaczającego nas świata. I chociaż współczesny stan wyższej edukacji matematycznej nie wydaje się zagrażać usunięciem matematycznej kultury poza margines społecznej świadomości, to jednak Wójcik wskazuje tę groźbę i obawia się złych konsekwencji eliminacji. Jej zapowiedź dostrzega w dość rozpowszechnionym przekonaniu o odrębności dwu kultur: humanistycznej i tej praktycznej – technicznej, ścisłej[3].

Wypowiedziane już przekonanie o podstawowej roli matematyki w rozwoju ludzkiej cywilizacji nie neguje oczywiście zupełnie odwrotnych oddziaływań. Według autora kultura także w istotny sposób wpływa na rozwój omawianej dyscypliny. Dzieje się to za pomocą tzw. pojęć podstawowych: odpowiedniości, harmonii, podobieństwa i symetrii. Jak twierdzi, one „mają ogólnokulturowy charakter, są obecne u podstaw matematyki, uzyskują w matematyce swą konkretną realizację i stanowią generatory tych matematycznych realizacji" (271). Mając swoje kulturowe odniesienia do przyrody i rzeczywistości, nie tracą ich w matematyce i „pokazują wewnętrzną zgodność poszczególnych działów matematyki oraz są źródłem jej jedności" (271). Podkreślając ich znaczenie jako fundamentu organizacji dyscypliny, autor opiera na nich przekonanie o zasadniczej roli matematyki w konfrontacji z antykulturowymi sytuacjami wyrażonymi w czterech mitach: chaosu, upadku, tragicznego losu, duszy wygnanej.

Przedstawionym wyżej deklaracjom towarzyszą ciekawe ilustracje funkcjonowania tych czterech idei w procesie rozwoju matematyki. Pewną słabością prowadzonych rozważań jest – jak sądzę – znaczna nieostrość wyliczonych pojęć podstawowych. Autor ma tego świadomość, co deklaruje następująco: „Na poziomie intuicyjnym rozróżnienie tych terminów, idei, jest właściwie niemożliwe – są one ściśle od siebie zależne i się nawzajem określają. Różnice między nimi

3 Wójcik w tym kontekście przywołuje przemyślenia George'a Sartona, Bogdana Suchodolskiego, Michała Kokowskiego i Ireny Stasiewicz-Jasiukowej (268–269).

wyłaniają się dopiero w trakcie rozwoju matematyki, kultury, gdy uzyskują konkretne realizacje” (279).

Zgadzając się z intuicjami wyrażonymi przez Autora, nie jestem usatysfakcjonowany opisem mechanizmu oddziaływania kultury na twórczość matematyczną. Oczekiwałbym głębszego uzasadnienia wyboru tych, a nie innych pojęć podstawowych, oraz wyrazistej argumentacji dla odparcia ewentualnego zarzutu arbitralności tegoż wyboru.

Interesującym pomysłem jest – jak sądzę – wprowadzone przez Wójcika odróżnienie przedmiotu badań matematyki od obiektów matematycznych. Przedmiotem może być w zasadzie dowolny byt, który można analizować za pomocą narzędzi oferowanych przez dyscyplinę w sposób dla niej charakterystyczny, tj. „aby w tym, co badamy, poszukiwać porządku i miary” (283). W początkowym okresie rozwoju matematyki jednym z pierwszych jej przedmiotów była liczba. Stopniowo zdefiniowano formalnie, czym jest liczba naturalna, całkowita itd., nie podając jednak ścisłej definicji ogólnego pojęcia liczby. To początkowe intuicyjne rozumienie cały czas było obecne, prowadząc do powstawania zupełnie nowych obiektów, np. kwaternionów. W bliższych nam czasach przedmiotem coraz mocniej przykuwającym uwagę nauki stała się nieskończoność. Prowadzone nad nią badania Cantora dostarczyły uczonym bardzo ważny dla podstaw nauki zestaw obiektów zwanych zbiorami.

Wójcik zwraca uwagę na to, jaką drogę przechodzą pojęcia takich intuicyjnie wprowadzonych obiektów. Często wymagają pewnych zmian w związku z pojawiającymi się sprzecznościami. Stopień dopuszczalnych korekt powinien opierać się na konfrontacji z wiedzą o ich znaczeniu dla rozwoju danej teorii. Dużą w tym rolę odgrywa możliwość realizacji celów wskazywanych przez wspominane już pojęcia podstawowe, np. uzyskanie harmonii między różnymi dyscyplinami. Z podobnymi trudnościami można spotkać się po wskazaniu pewnych elementów dualnych oraz skonstruowaniu między nimi odpowiedniej harmonii.

Kończąc swoją prezentację definicji przygotowanej przez Wiesława Wójcika, chcę jeszcze raz powrócić do pytania postawionego na początku tekstu: czym jest matematyka? Najkrótsza odpowiedź brzmi: matematyka jest nauką uniwersalną. Przedstawiona odpowiedź, biorąc pod uwagę jej uzasadnienie, jest dwuznaczna. Autor pokazał, jak wraz z rozwojem nauki wzrasta jej uniwersalność. Jednocześnie, kompetentnie śledząc jej ostatnie kroki, spodziewa się dalszych badań zmierzających w tym kierunku. Matematyka konkretna poszerzała zakres materialnej rzeczywistości poddającej się geometrycznemu i arytmetycznemu opisowi. Kolejny abstrakcyjny etap pozwolił objąć opisem pewną specyficzną nieempiryczną rzeczywistość, istotnie wzbogacając początkową dziedzinę i wzmacniając możliwości poznawcze tych początkowych matematycznych badań. Czas nauki algorytmicznej pozwolił dostrzec ogólność wiedzy oraz metod skondensowanych w matematycznych zapisach. Pojawienie się pojęcia funkcji umożliwiło badanie procesów zupełnie nowego typu: ciągłych, nieskończonych, co ostatecznie prowadziło do powstania klasycznej analizy matematycznej. Leibniza *characteristica universalis* otwiera okres przewidywanych przez Wójcika współczesnych rachunków uniwersalnych, badań absolutnych, których zapowiedzią są m.in. teoria kategorii i funktorów, teoria gier, geometria fraktalna.

Wymienione powyżej teorie stanowią krok w stronę analiz, w których zakłócona zostaje ciągłość dotychczasowego rozwoju uniwersalności przez wzbogacanie dziedziny badań naukowych o dodatkowe przedmioty. Tu mamy do czynienia z analizami niedotyczącymi żadnej określonej rzeczywistości, a kierującymi się jedynie na samą formę owego badania, formę, która może uzyskać przedmiotową realizację, gdy zostanie zanurzona w odpowiedniej rzeczywistości.

Zaprezentowana powyżej definicja matematyki Wójcika jest moją interpretacją przedstawionych przez niego rozważań. *Uniwersalność matematyki w ujęciu historycznym* zawiera bardzo bogaty materiał, z którego wykroiłem tylko kilka wątków. Podobnie z terminem uniwersalności. Autor wykorzystuje bardzo wiele jego różnych znaczeń, z których wybrałem tylko kilka, które uważam za istotne.

Bibliografia

Śniadecki J. (1954), *O rozumowaniu rachunkowym*, [w:] J. Śniadecki, *Wybór pism naukowych*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Kraków, 267–275.

Wójcik W. (2021), *Uniwersalność matematyki w ujęciu historycznym*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Humanistyczno-Przyrodniczego im. Jana Długosza w Częstochowie, Częstochowa.

Mathematics: History, Universality, Culture. Remarks on Understanding Mathematics in the Work of Wiesław Wójcik The Universality of Mathematics in a Historical Perspective

Summary

In this article, I discuss Wiesław Wójcikss understanding of mathematics in his book Universality of Mathematics in Historical Perspective. The science is analysed in a historical context and in relation to culture. Wójcik defines mathematics as a universal science.

Keywords: mathematics, history of mathematics, pattern of development of mathematics, mathematics and culture, universality of mathematics, Wiesław Wójcik.