

MARIAN GŁOWACKI,

MAŁGORZATA CIEŚLAK-BIELENINIK

Instytut Fizyki, Wyższa Szkoła Pedagogiczna w Częstochowie

Wykorzystanie matematycznych programów komputerowych i kalkulatorów naukowych w nauczaniu fizyki w gimnazjum

1. Wstęp

Postęp w dziedzinie sprzętu informatycznego oraz oprogramowania pozwala na szerokie zastosowanie komputerów i kalkulatorów naukowych w nauczaniu i uczeniu się fizyki i innych przedmiotów ścisłych. W obecnej sytuacji, gdy ilość godzin przeznaczonych na realizację programów nauczania fizyki w gimnazjum (4 godziny tygodniowo w całym cyklu kształcenia) został drastycznie okrojony, wykorzystywanie technik informatycznych staje się wręcz koniecznością.

Niniejszy artykuł dotyczy nauczania fizyki w gimnazjum. Na podstawie obserwacji lekcji prowadzonych przez nauczycieli i studentów, zauważono olbrzymie braki w zakresie umiejętności matematycznych koniecznych do realizacji programu z fizyki. Duża ilość czasu poświęcana jest na przeprowadzenie bardzo prostych operacji matematycznych. Powoduje to zmniejszenie ilości czasu potrzebnego na analizę fizycznych aspektów poznawanych zjawisk. Postanowiono więc dokładniej zbadać korelację między fizyką a matematyką w zakresie operacji matematycznych potrzebnych uczniowi przy nauce fizyki w gimnazjum. Wyniki analizy porównawczej wybranych programów z fizyki i matematyki, przedstawione w punkcie 2 potwierdziły wcześniejsze obserwacje.

W związku z tym, że uczniowie muszą opanować wiadomości z fizyki w „okrojonym” czasie bez odpowiedniej wiedzy i umiejętności matematycznych, autorzy proponują, aby w zakresie operacji matematycznych oraz skomplikowanych obliczeń wykorzystać komputerowe, operacyjne programy matematyczne, takie jak „Mathematica” oraz kalkulatory naukowe [1,2,3]. Zarówno program Mathematica, jak i oprogramowanie wewnętrzne kalkulatora naukowego, pozwala na wykonanie olbrzymiej ilości operacji matematycz-

nych, zarówno analitycznych, jak i graficznych. Wygospodarowany w ten sposób czas można przeznaczyć na głębszą analizę fizyczną poznawanych zjawisk. Propozycje wykorzystania programów matematycznych oraz kalkulatorów naukowych omówiono w punkcie 3. W punkcie 4 przedstawiono doświadczenia w zakresie wykorzystania wyżej wymienionych programów.

2. Analiza korelacji między fizyką i matematyką w wybranych programach nauczania fizyki i matematyki w gimnazjum

Przeprowadzono analizę porównawczą czterech wybranych programów nauczania fizyki i czterech programów nauczania matematyki w gimnazjum.

Programy nauczania z fizyki wybrano w oparciu o analizę podręczników związanych z tymi programami przedstawioną przez Gołąb-Mayer [4]. Z analizy wynikało, że są to najczęściej stosowane programy. Programy nauczania matematyki wybrano w sposób przypadkowy. Wyniki analizy przedstawiono w Tabeli 1. Nazwiska, nazwy programów i wydawnictw zawiera Legenda.

Tabela 1. Analiza porównawcza wybranych programów nauczania fizyki i matematyki w gimnazjum

Umiejętności matematyczne potrzebne do realizacji programu nauczania fizyki	F1	F2	F3	F4	M1	M2	M3	M4
KINEMATYKA								
graficzne przedstawienie wektora	I	II	II	I	-	-	-	I
cechy wektora	I	II	II	I	-	-	-	-
układ współrzędnych	I	II	II	I	I	I	-	I
sporządzanie i odczytywanie wykresów	I	II	-	I	III	I	III	I
funkcja liniowa	I	II	II	I	III	I	III	I
funkcja stała	I	II	II	I	III	I	III	I
interpretacja wykresów	I	-	II	I	III	I	II	-
całkowanie graficzne (obliczanie pola powierzchni pod krzywą)	I	-	II	-	I	I	I	I
przeliczanie jednostek z m/s na km/h i odwrotnie	I	I	-	-	III	-	-	-
wielkości wprost proporcjonalne	I	-	II	-	I	I	I	I
przekształcanie wzorów	I	II	II	I	-	-	-	-
rozwiązywanie układów równań liniowych analitycznie	I	II	II	I	II	II	II	I
rozwiązywanie układów równań graficznie	I	-	-	-	III	II	II	I
funkcja kwadratowa	-	-	II	I	III	III	III	II
DYNAMIKA								
graficzne przedstawienie wektora	I	II	II	I	-	-	-	I
cechy wektora	I	II	II	I	-	-	-	-
działania na wektorach	I	II	II	I	-	-	-	-

Umiejętności matematyczne potrzebne do realizacji programu nauczania fizyki	F1	F2	F3	F4	M1	M2	M3	M4
wielkości odwrotnie proporcjonalne	I	II	II	-	I	-	III	II
wielkości wprost proporcjonalne	I	II	II	-	I	I	I	I
przekształcanie wzorów	I	II	II	I	-	-	-	-
DRGANIA I FALE MECHANICZNE								
miara kąta	-	II	III	-	I	I	I	I
prosta prostopadła	-	II	III	-	I	I	I	I
przekształcanie wzorów	I	II	III	III	-	-	-	-
wykres funkcji sinus	-	-	III	III	-	-	-	III
WŁAŚCIWOŚCI MATERII								
wielkości wprost proporcjonalne	-	-	-	I	I	I	I	I
sporządzanie i odczytywanie wykresów	II	I	I	-	III	I	III	I
przekształcanie wzorów	II	I	I	I	-	-	-	-
HYDROSTATYKA I AEROSTATYKA								
cechy wektora, graficzne przedstawienie wektora	II	I	-	I	-	-	-	I
wykres funkcji liniowej	-	-	II	I	III	I	III	I
wartość średnia	-	-	II	-	II	III	III	I
interpretacja wykresów	-	-	II	-	III	I	II	-
działania na wektorach	II	I	-	I	-	-	-	-
przekształcanie wzorów	II	I	II	I	-	-	-	-
PRZEMIANY ENERGII W ZJAWISKACH CIEPLNYCH								
rozwiązywanie równań z jedną niewiadomą	II	I	I	-	I	I	I	I
przekształcanie wzorów	II	I	I	I	-	-	-	-
ELEKTROSTATYKA								
wielkości wprost proporcjonalne	III	III	II	II	I	I	I	I
wielkości odwrotnie proporcjonalne	III	III	II	II	I	-	III	I
PRĄD ELEKTRYCZNY								
przekształcanie wzorów	III	III	II	II	-	-	-	-
sporządzanie i odczytywanie wykresów	III	-	-	II	III	I	III	I
wielkości wprost proporcjonalne	III	III	II	II	I	I	I	I
funkcja liniowa	III	III	II	II	III	I	III	I
funkcja stała	III	-	-	-	III	I	III	I
działania na ułamkach	III	III	II	II	SP	SP	SP	I
NAUKA O ŚWIETLE								
miara kąta	III	III	I	III	I	I	I	I
twierdzenie Talesa (uczeń potrafi obliczyć wielkość cienia)	III	III	I	III	III	-	II	I
prosta prostopadła	III	III	I	III	I	I	I	I
prosta równoległa	III	III	I	III	I	I	I	I
przekształcanie wzorów	III	III	I	III	-	-	-	-

- F1 — M. Rozenbajgier, B. Sagnowska, J. Salach, *Program nauczania fizyki w gimnazjum*, Wyd. Zamiast Korepetycji. Nr programu: DKW-4014-105/99.
- F2 — G. Francuz-Ornat, T. Kulawik, *Program nauczania fizyki w gimnazjum*, Wyd. Nowa Era. Nr programu: DKW-4014-93/99.
- F3 — K. Gębura, A. Maryanowska, B. Mól, B. Śniadek, *Program nauczania fizyki i astronomii dla gimnazju*, Wyd. LektorKlett. Nr programu: DKW-4014-217/99.
- F4 — J. Ginter, K. Hercman, E. Kurek, W. Natorf, *Program nauczania fizyki i astronomii*, Wyd. WSiP. Nr programu: DKW-4014-201/99.
- M1 — M. Jucewicz, M. Karpiński, J. Lech, *Program nauczania matematyki: Matematyka z Plusem*, Wyd. GWO. Nr programu: DKW-4014-139/99.
- M2 — M. Dąbrowski, P. Piskorski, W. Zawadowski, *Program nauczania matematyki: Matematyka 2001*, Wyd. WSiP. Nr programu: DKW-4014-75/99.
- M3 — D. Zaręba, A. Dąbrowski, *Program nauczania matematyki: Matematyka na miarę*, Wyd. DWE. Nr programu: DKW-4014-11/99.
- M4 — M. Mikołajczyk, M. Zakrzewski, *Program nauczania matematyki: Eureka*, Wyd. PWN. Nr programu: DKW-4014-84/99.
- I, II, III — hasła programowe realizowane w klasie pierwszej, drugiej, trzeciej gimnazjum,
- (-) — brak odpowiednich haseł programowych,
- SP — hasła programowe realizowane w szkole podstawowej.

Wyniki analizy porównawczej w Tabeli 1, dotyczące korelacji fizyki i matematyki pozwoliły stwierdzić, że brak korelacji dotyczy głównie następujących operacji matematycznych potrzebnych w nauczaniu i uczeniu się fizyki w gimnazjum:

- przekształcania wzorów,
- umiejętności tworzenia i interpretacji funkcji liniowej, kwadratowej i funkcji sinus,
- rozwiązywania układu równań liniowych analitycznie,
- rozwiązywania układu równań graficznie.

Brak jest również korelacji w przypadku pojęcia wielkości wektorowych w fizyce i właściwości wektora w matematyce.

3. Propozycja wykorzystania kalkulatorów naukowych oraz programów matematycznych

Jak wynika z analizy przedstawionej w punkcie 2 pierwszą umiejętnością matematyczną, której brak uczniom w gimnazjum jest umiejętność przekształcania wzorów fizycznych. Umiejętność ta jest potrzebna przy wyprowadzaniu wzorów przedstawiających zależności matematyczne między wielkościami fizycznymi oraz do rozwiązywania prostych zadań, w których wykorzystane jest równanie z jedną niewiadomą. W pierwszym przypadku konieczna jest umiejętność przekształcania wzorów z wykorzystaniem symboliki fizycznej, w drugim zaś wystarczająca może być umiejętność liczenia po podstawieniu wartości liczbowych

W przypadku programu Mathematica są możliwe operacje na symbolach i dlatego też program ten umożliwia przekształcanie wzorów na symbolach fizycznych. W kalkulatorze naukowym również istnieje możliwość przekształcania wzorów, ale po wcześniejszym podstawieniu wartości.

Typowym przykładem, w którym można wykorzystać program Mathematica, jak również kalkulator naukowy, może być następujące zadanie: oblicz, gdzie otrzymamy obraz przedmiotu znajdującego się w odległości 20 cm od soczewki skupiającej o ogniskowej 12 cm. W tym przypadku rozwiązanie zadania sprowadza się do przekształcenia równania soczewki.

Po zadaniu ogólnego równania soczewki program Mathematica wyprowadza wzór na odległość obrazu w postaci:

$$y = \frac{f * x}{x - f} \quad (1)$$

Po podstawieniu wartości otrzymujemy żadaną wartość odległości obrazu od soczewki $y = 30$ cm. Za pomocą kalkulatora naukowego, wynik otrzymujemy po podstawieniu odpowiednich wartości.

Przypadki szczegółowego wykorzystania zarówno programu Mathematica jak i kalkulatora naukowego do rozwiązywania problemów tego typu przedstawiono w publikacjach [1,2,3].

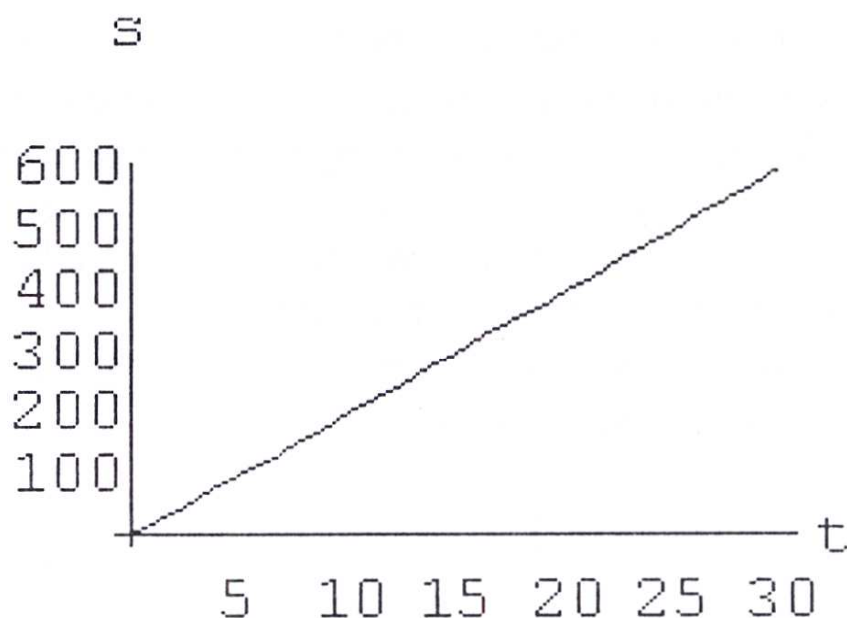
Z analizy przeprowadzonej w punkcie 2 wynika również, że drugą umiejętnością matematyczną, której nie posiadają uczniowie gimnazjum, a która jest konieczna do realizacji programu z fizyki, jest umiejętność rysowania wykresów odzwierciedlających przebieg procesów fizycznych i ich interpretacji. Tego typu umiejętności są potrzebne do zrozumienia przebiegu zjawisk fizycznych zachodzących w czasie oraz do rozwiązywania zadań.

Za pomocą programu Mathematica i kalkulatora naukowego można sporządzać wykresy funkcji na podstawie danych z doświadczenia, jak również rysować wykresy dowolnych funkcji, w oparciu o wzór funkcji w zadanym przedziale. Istnieje również możliwość utworzenia tabeli wartości w oparciu o wzór funkcji, a następnie sporządzenia jej wykresu.

Przykładem, w którym można wykorzystać program Mathematica do sporządzenia wykresu dowolnych funkcji w oparciu o wzór funkcji w zadanym przedziale może być zadanie: sporządź wykres zależności drogi od czasu dla ciała poruszającego się z prędkością 20 m/s w czasie 30 s. Po wprowadzeniu wzoru:

$$s = 20 * t \quad (2)$$

gdzie współczynnik 20 posiada jednostkę [m/s], uzyskamy następujący wykres:



Rys. 1. Wykres zależności drogi od czasu dla ciała poruszającego się ruchem jednostajnym prostoliniowym z prędkością $v = 20$ m/s

Kolejna umiejętność potrzebna uczniowi gimnazjum do rozwiązywania problemów fizycznych to — umiejętność rozwiązywania układu równań analitycznie i graficznie. Z analiz programów w punkcie 2 wynika również, że uczniowie nie posiadają tej umiejętności w odpowiednim stopniu.

Program Mathematica i kalkulator naukowy umożliwia rozwiązywanie układów równań liniowych zarówno w sposób analityczny, jak i graficzny. Te możliwości można wykorzystać w następującym zadaniu: z miejscowości A, oddalonej o $s = 90$ km od miejscowości B, wyjeżdża pociąg pospieszny i jedzie w kierunku B z prędkością 54 km/h. Po czasie 10 min wyjeżdża z miejscowości B pociąg osobowy i jedzie w kierunku A z prędkością 36 km/h. Po

jakim czasie i w jakiej odległości od miejscowości A pociągi spotkają się? [5].

W tym przypadku, rozwiązanie zadania sprowadza się do rozwiązania układu równań:

$$x = 54 * t \quad (3)$$

$$90 - x = 36(t - \frac{1}{6}) \quad (4)$$

W kalkulatorze graficznym układ równań należy sprowadzić do postaci:

$$x - 54y = 0 \quad (5)$$

$$x + 36y = 96 \quad (6)$$

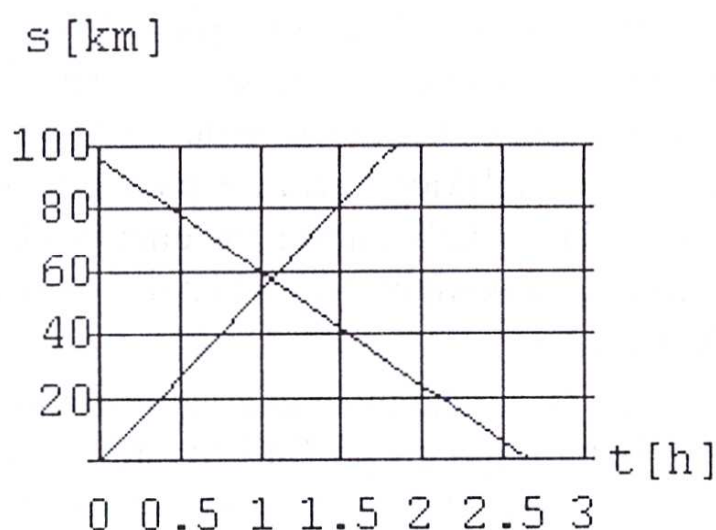
Po wprowadzeniu danych otrzymano następujące wyniki: pociągi spotkają się po 1,07 h w odległości 57,6 km od miejscowości A. Identyczne rozwiązanie można uzyskać za pomocą programu Mathematica.

Zadanie to można rozwiązać również w sposób graficzny, wykorzystując program Mathematica. Rozwiązaniem tego zadania są współrzędne punktu przecięcia prostych o równaniach:

$$s = 54 * t \quad (7)$$

$$s = 96 - 36 * t \quad (8)$$

Równanie (7) opisuje ruch pociągu pospiesznego, równanie (8) pociągu osobowego.



Rys. 2. Wykresy zależności drogi od czasu dla pociągów w treści zadania

4. Doświadczenia w zakresie wykorzystania kalkulatorów naukowych do nauczania fizyki

Lekcje z wykorzystaniem kalkulatora naukowego odbywały się w Zespole Szkół Zawodowych Nr 1 w Kłobucku. Łącznie odbyło się 90 godzin lekcyjnych. Lekcje były przeprowadzane w klasach: I, II — Liceum Ogólnokształcącego, Technikum Samochodowego, Technikum Żywnienia, Liceum Ekonomicznego, Liceum Handlowego, Technikum Budowy Maszyn,

III — Technikum Samochodowego, Technikum Żywnienia, Liceum Ekonomicznego, Liceum Handlowego, Technikum Budowy Maszyn, IV — Technikum Samochodowego.

Z kalkulatorów naukowych w tym samym czasie korzystało dwóch nauczycieli fizyki uczących w tej szkole. Około dwóch godzin w każdej klasie poświęcono na zapoznanie uczniów z obsługą kalkulatora. Szczególną uwagę zwracano na następujące możliwości kalkulatora naukowego:

- przekształcanie wzorów,
- tworzenia funkcji liniowej, kwadratowej i funkcji sinus,
- rozwiązywania układu równań liniowych analitycznie,
- rozwiązywania układu równań graficznie,
- tworzenie wykresów w oparciu o dane pomiarowe.

Pracę z kalkulatorem rozpoczęto od nauczania uczniów wykreślania wykresów funkcji elementarnych w oparciu o wzór funkcji. Na tej samej lekcji uczniowie tworzyli tabelę wartości funkcji w oparciu o wzór i w jednym oknie wyświetlali zarówno tabelę wartości, jak i wykres funkcji. Na kolejnej lekcji, na której uczniowie zapoznawali się z obsługą kalkulatora naukowego, poznawali możliwość rozwiązywania równania z jedną niewiadomą i układu równań liniowych. Dużym ułatwieniem w pracy z kalkulatorem było korzystanie z kalkulatora nauczycielskiego wraz z panelem umożliwiającym wyświetlanie treści wyświetlacza kalkulatora na dużym ekranie. Dzięki niemu wszystkie operacje, których dokonywano na kalkulatorze nauczycielskim były dobrze widoczne dla uczniów.

W klasie I Technikum Samochodowego zrealizowano następujące tematy:

1. Badanie ruchu jednostajnego po linii prostej — uczniowie korzystali na tej lekcji z możliwości wykreślania funkcji w oparciu o dane pomiarowe;
2. Ruch jednostajnie zmienny. Wykresy ruchu — na lekcji tej uczniowie, w oparciu o równanie będące zależnością prędkości od czasu i drogi od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym, tworzyli wykresy funkcji;

3. Rozwiązywanie zadań — ruch jednostajny i jednostajnie przyspieszony po linii prostej (2 godz.) — podczas rozwiązywania zadań uczniowie korzystali z możliwości rozwiązywania, za pomocą kalkulatora, układu równań liniowych w sposób analityczny i graficzny.

W klasie II Technikum Samochodowego odbyły się następujące lekcje z wykorzystaniem kalkulatorów naukowych:

1. Prawo Ohma dla przewodnika metalicznego — uczniowie korzystali na tej lekcji z możliwości wykreślenia funkcji w oparciu o dane pomiarowe;
2. Szeregowe i równoległe łączenie oporników — rozwiązywanie zadań (2 godz.) — podczas rozwiązywania zadań uczniowie korzystali z możliwości rozwiązywania równania z jedną niewiadomą;

W klasie III Technikum Samochodowego uczniowie pracowali z kalkulatorami na następujących lekcjach:

1. Soczewka skupiająca — na lekcji tej uczniowie tworzyli wykresy zależności położenia obrazu od położenia przedmiotu oraz zależności powiększenia od położenia przedmiotu;
2. Rozwiązywanie zadań — soczewki — podczas rozwiązywania zadań uczniowie korzystali z możliwości rozwiązywania równania z jedną niewiadomą oraz tworzenia wykresów zależności położenia obrazu od położenia przedmiotu, oraz zależności powiększenia od położenia przedmiotu i odczytywania z nich szukanych wartości.

W klasach II Liceum Handlowego i Liceum Ekonomicznego z kalkulatora naukowego korzystano podczas realizacji tematu: Bilans cieplny — rozwiązywanie zadań.

Przedstawione doświadczenia z wykorzystaniem kalkulatorów naukowych pozwalają stwierdzić, że są to pożyteczne narzędzia w procesie nauczania fizyki. Pozwalają poświęcić więcej czasu na fizyczną analizę zjawisk, unikając żmudnych obliczeń. Można postawić hipotezę, że kalkulatory naukowe oraz komputerowe matematyczne programy operacyjne będą też użyteczne w nauczaniu fizyki w gimnazjum. Hipoteza ta musi zostać potwierdzona przez badania na większej populacji.

Literatura

- [1] M. Głowacki, M. Cieślak, *Wykorzystanie kalkulatora do nauczania fizyki w szkole średniej, Materiały Konferencji „Informatyka w Szkole, XIII”*, Lublin 1997, s. 304–308.

- [2] M. Cieślak, M. Głowacki, *Program operacyjny „Mathematica” w nauczaniu fizyki w szkole średniej*, *Materialy Konferencji „Informatyka w Szkole, XIV”*, Lublin 1998.
- [3] M. Głowacki, M. Cieślak-Bieleninik, *Wykorzystanie graficznych możliwości kalkulatora naukowego do rozwiązywania problemów fizycznych w szkołach ponadpodstawowych*, *Materialy Konferencji „Informatyka w Szkole, XV”*, Katowice 1999, s. 282–285.
- [4] Z. Gołąb-Meyer, *Podręczniki dla gimnazjum — krótka charakterystyka*, Strona w Internecie <http://www.ptf.agh.edu.pl/SN/podr/>
- [5] Z. Kamiński, *Fizyka dla kandydatów na wyższe uczelnie techniczne*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1984, s. 42.

M. GŁOWACKI, M. CIEŚLAK-BIELENINIK

**Application of Mathematical Computer Programs and Scientific Calculators
in Teaching Physics to Secondary School Pupils**

Summary

In his article, the author presents application of mathematical, operational computer programs and scientific calculators in teaching physics in secondary schools. This will allow more intrinsic analysis of the physical problems without wasting time on laborious mathematical operations.