

# Pierwsze spotkanie ucznia polskiej szkoły z fizyką

## Kamil Kluza

Instytut Fizyki, Wydział Matematyczno-Przyrodniczy, Akademia im. Jana Długosza,  
Al. Armii Krajowej 13/15, 42-200 Częstochowa

[kamil.kluza@windowslive.com](mailto:kamil.kluza@windowslive.com)

## Streszczenie

Nauczanie fizyki nie może odbywać się bez udziału języka matematycznego wykorzystywanego również w innych przedmiotach przyrodniczych. Brak zależności i związku między poszczególnymi programami nauczania prowadzi do trudności w zrozumieniu danego zagadnienia fizycznego. W artykule zostały przedstawione bariery matematyczne w nauczaniu fizyki oraz ich przykłady w oparciu o aktualne podstawy programowe fizyki i matematyki oraz wybrane programy nauczania. Istotną rolę w nauczaniu fizyki pełni opisywanie wielu zjawisk w sposób jakościowy, nie mniej jednak kompleksowe ich zrozumienie jest możliwe wyłącznie przy wykorzystaniu odpowiedniego aparatu matematycznego, nie ulega więc wątpliwości, że matematyka pełni w fizyce znaczną rolę.

## Pierwsza bariera matematyczna wynikająca z braku uporządkowania programów nauczania fizyki i matematyki – układy równań

Pierwszą barierą dla uczniów gimnazjum są układy równań, w szczególności, gdy po raz pierwszy spotykają się z nimi na lekcjach fizyki. Wyróżniamy kilka metod rozwiązań, począwszy od podstawiania, przez metodę przeciwnych współczynników oraz graficzną, a także wyznaczników, uwzględniając wzory Cramera, na metodzie eliminacji Gaussa kończąc.

Na III etapie edukacyjnym uczniowie poznają dwie metody: podstawiania i przeciwnych współczynników. Po opanowaniu przez nich danej partii materiału, nauczyciel stosuje zasadę stopniowania trudności, przechodzi do zadań, wymagających od uczniów wykazania się zdecydowanie większą kreatywnością.

Układy równań nie są zagadnieniem krótkim i aby w pełni je zrozumieć na matematyce poświęca się 20 godzin lekcyjnych. Matematyka każde zagadnienie tłumaczy najpierw w sposób teoretyczny, przechodząc następnie do praktyki, czyli rozwiązywania zadań. Objasnienie metod rozwiązywania układów równań swoje podłoże ma najpierw w definicji, opisując warunki czy interpretacje geo-

metryczne. Fizyka natomiast wymaga od uczniów ich praktycznego zastosowania. Poniżej przytoczę przykładowe zadanie, którego rozwiązanie wymaga od uczniów znajomości układów równań.

### Zadanie 1

Praca prądu elektrycznego dla danego urządzenia wynosiła 120 J. Oblicz opór urządzenia, jeśli wiadomo, że w czasie 20 s przepłynął przez nie ładunek o wartości 5 C.

Dane:

$$Q = 5 \text{ C}$$

$$W = 120 \text{ J}$$

$$t = 20 \text{ s}$$

Szukane:

$$U = ?$$

$$I = ?$$

$$R = ?$$

Rozwiązanie:

$$W = U \cdot I \cdot t = 120 \text{ J}, \quad [J] = [V \cdot A \cdot s]$$

Prąd wyrażamy, jako stosunek ładunku do czasu:

$$I = \frac{Q}{t}, \quad [A] = \left[ \frac{C}{s} \right]$$

$$U \cdot \frac{Q}{t} \cdot t = 120 [J]$$

$$U \cdot Q = 120 [J], \quad [V \cdot C] = [J]$$

$$U = \frac{120 [J]}{Q [C]}, \quad [V] = \left[ \frac{J}{C} \right]$$

$$U = \frac{120 [J]}{5 [C]} = 24 [V]$$

Mamy napięcie  $U = 24 [V]$

Obliczamy natężenie prądu:

$$I = \frac{120 [J]}{V \cdot t} = \frac{120 [J]}{24 [V] \cdot 20 [s]} = 0,25 [A], \quad [A] = \left[ \frac{J}{V \cdot s} \right] = \left[ \frac{V \cdot A \cdot s}{V \cdot s} \right]$$

Obliczamy opór:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{24 [V]}{0.25 [A]} = 96 [\Omega], \quad [\Omega] = \left[ \frac{V}{A} \right]$$

Odp. Opór wynosi 96  $\Omega$ .

Powyższe rozwiązanie, poprawne pod względem dydaktycznym, zadania nie posiadającego fabuły, stanowić może dla ucznia bez zdobytej umiejętności posługiwania się układami równań, dużą barierę. W celu potwierdzenia braku korelacji międzyprzedmiotowej przytoczono poniżej terminy wprowadzania pojęć matematycznych, oraz konieczność korzystania z nich na lekcjach fizyki: fizyka (Nowa Era) – luty II klasa, (ZamKor) – styczeń II klasa, matematyka (Operon) – kwiecień II klasa, (GWO) – maj II klasa.

### Druga bariera – wykresy funkcji

Drugą barierą, z którą spotykają się uczniowie III etapu edukacyjnego, są wykresy funkcji. Uczniowie mają problemy z posługiwaniem się pojęciami takimi jak stała niezależna, stała zależna oraz parametr. Istotne utrudnienie stanowi dla nich szkic oraz odczyt wykresu funkcji.

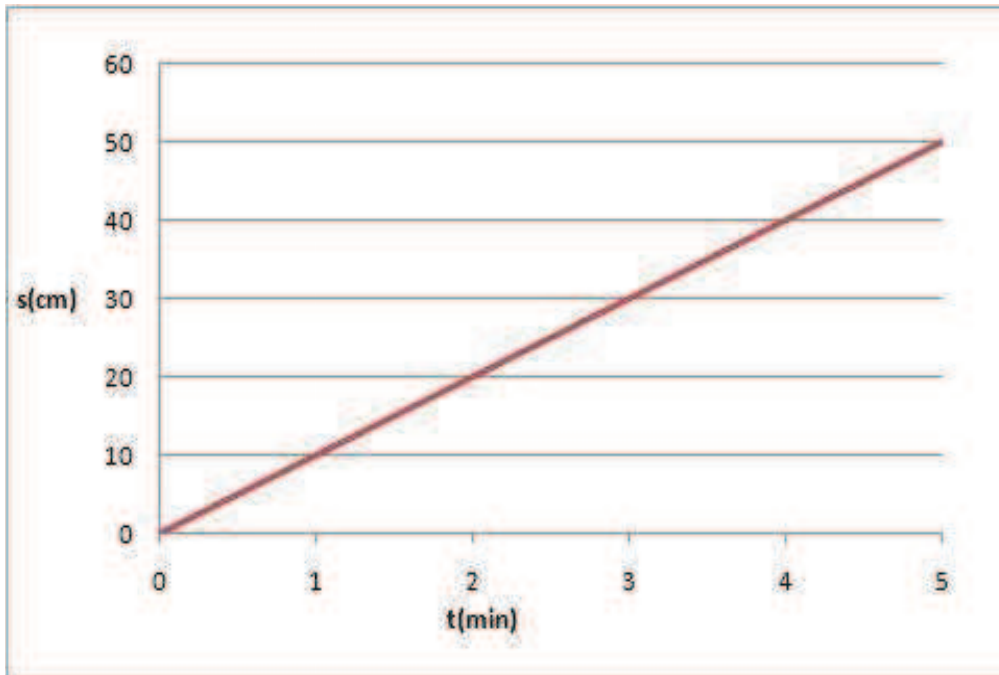
Spośród porównywanych przeze mnie treści zawartych w podręcznikach do lekcji fizyki, wydawnictwo ZamKor umożliwia zarówno zdobycie przez ucznia wiedzy i umiejętności niezbędnych do osiągnięcia celów zawartych w podstawie programowej, jak również ich rozszerzenie uwzględniając głębsze zainteresowanie uczniów określonym tematem, np. sporządzaniem wykresów: „Treść tego paragrafu jest obowiązkowa, ale to nauczyciel zdecyduje, czy jesteście już gotowi do jej opanowania. Być może „sporządzanie wykresów” przełoży na później, kiedy na lekcjach matematyki będziecie się uczyć o układzie współrzędnych i najprostszyc funkcjach.”

Zależność drogi od czasu oraz prędkości od czasu to istotne wykresy, dzięki którym uczeń jest w stanie określić wartości poszczególnych wielkości w danym czasie. Umiejętność sporządzania wykresów i odczytywania z nich informacji umożliwia łatwe i trwałe zapamiętanie zależności między określonymi wielkościami.

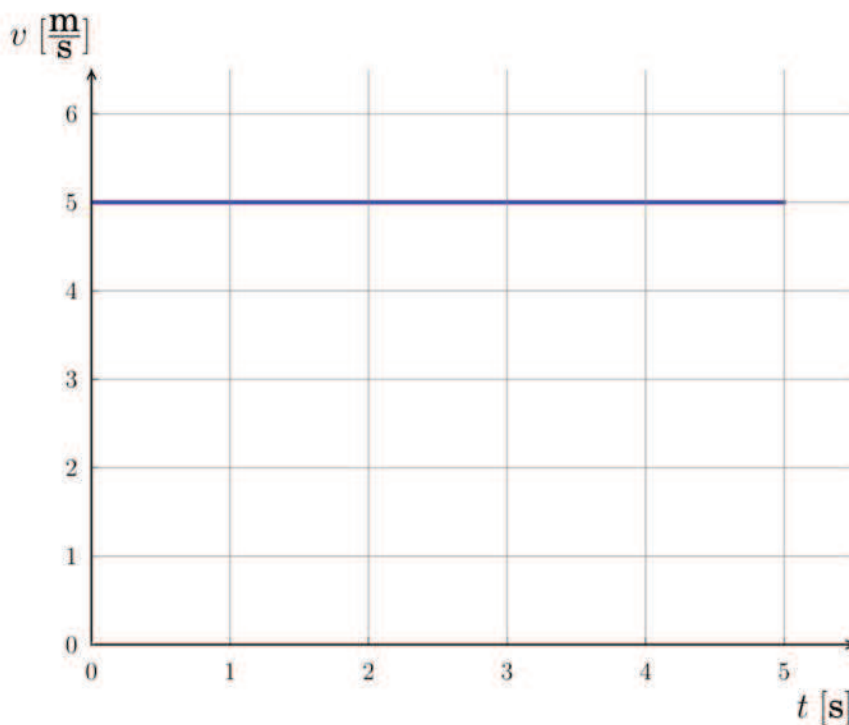
Uczeń podczas swojej edukacji w szkole powinien posiadać umiejętność zapisu informacji w formie słownej, algebraicznej oraz graficznej. Korzystanie z wykresów z dobrą ich interpretacją niesie ogromne korzyści w przekazywaniu wiedzy. Poniżej przedstawiono wykres zależności drogi od czasu w ruchu jednostajnie prostoliniowym, jako przykład funkcji  $s = f(t)$ .

Jeśli uczeń zauważy proporcjonalność tych dwóch wielkości to wykres zależności jednej z nich od drugiej jest półprostą wychodzącą z początku układu współrzędnych. W tym przypadku  $S \sim t$ ,  $v = \text{const}$ .

Poniżej przedstawiono wykres szybkości od czasu dla ruchu jednostajnego prostoliniowego, jako przykład funkcji .



Rys. 1. Wykres drogi od czasu dla ruchu jednostajnego prostoliniowego.



Rys. 2. Wykres szybkości od czasu dla ruchu jednostajnego prostoliniowego.

Wykorzystując wykresy funkcji uczniowie mogą odnieść się do geometrii. Zauważą, że drogę przebytą przez ciało obliczamy, jako pole powierzchni prostokąta pod wykresem, gdzie bokiem jest , natomiast bokiem jest , zatem

(Fizyka (Nowa Era) – styczeń I klasa, (ZamKor) – październik-luty I klasa. Matematyka (Operon) – listopad II klasa, (GWO) – grudzień II klasa.)

### Trzecia bariera – potęgowanie

Potęgowanie stanowi kolejną barierę matematyczną w nauczaniu fizyki. Z pewnością istotny wpływ na jej pojawienie się ma brak kształtowania i ćwiczenia umiejętności posługiwania się potęgowaniem na II etapie edukacyjnym. W szkole podstawowej wzór na pole kwadratu zapisywany jest w postaci  $a \cdot a$ , pojęcie wykładnika i podstawy potęgi uniemożliwia przedstawienie go jako  $a^2$ .

Uczniowie spotykając się po raz pierwszy ze wzorem na drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym:

$$s = \frac{a \cdot t^2}{2}$$

mogą nie posiadać wiedzy, iż  $t^2 = t \cdot t$ , wówczas wzór zapisujemy:

$$s = \frac{a \cdot t \cdot t}{2}$$

(Fizyka (Nowa Era) – styczeń I klasa, (ZamKor) – luty I klasa. Matematyka (Operon) – wrzesień II klasa, (GWO) – wrzesień II klasa.)

### Czwarta bariera – pierwiastkowanie

Jako przykład weźmy wzór na drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym:

$$s = \frac{at^2}{2}$$

Próba wyznaczenia czasu z tego wzoru dojdzie do skutku tylko z pomocą nauczyciela, bowiem uczeń poznaje pierwiastki dopiero w klasie drugiej. Na lekcjach fizyki uczniowie wykorzystują je już w połowie klasy I.

(Fizyka (Nowa Era) – styczeń I klasa, (ZamKor) – luty I klasa. Matematyka (Operon) – wrzesień II klasa, (GWO) – wrzesień II klasa.)

We wcześniejszej części artykułu podano kilka przykładów na to, że program nauczania fizyki znacznie wyprzedza program nauczania matematyki, tworząc przy tym nadmierne trudności dla uczniów w przyswajaniu wiadomości. W dalszej części skupimy uwagę na pojęciach obecnych w fizyce, których matematyka w swoim programie nauczania nie obejmuje dla III etapu edukacyjnego.

## Pierwsza bariera matematyczna wynikająca z braku spójności programów nauczania fizyki i matematyki – wektory

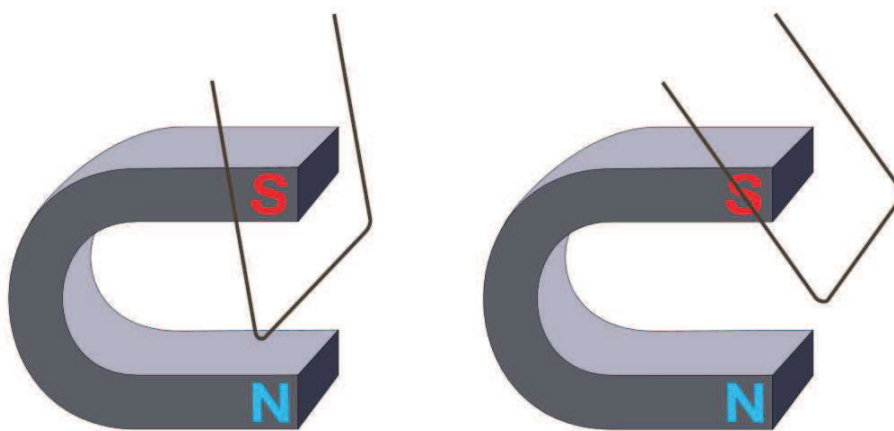
Wielkości fizyczne określane są przez liczbę i jednostkę, a związki między nimi badamy korzystając z praw matematycznych w oparciu o liczby rzeczywiste. Takie wielkości nazywamy skalarami, a ich przykłady to: masa, temperatura, gęstość. Wyróżniamy również wielkości fizyczne, które poza wartością liczbową informują nas o innych istotnych cechach m.in. o kierunku, zwrocie oraz punkcie przyłożenia. Takie wielkości nazywamy wektorami. Przykładem wielkości wektorowych są: siła, prędkość, przyspieszenie.

Zamkor wprowadza tylko cechy wektora. Uczniowie są przestrzegani jak czytać wielkości wektorowe. Przykład:  $\vec{F} = m\vec{g} = 10 \text{ [N]}$ . Równanie zostanie przeczytane: Wartość siły wynosi 10 niutonów. Gdyby uczeń powiedział o „sile” musiałby podać wszystkie cechy wektora.

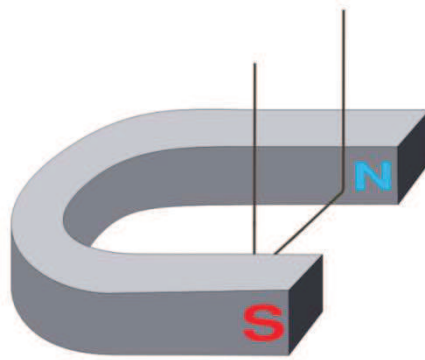
Nowa Era idzie krok dalej wprowadzając działania na wektorach – dodawanie i odejmowanie wektorów metodami: równoległoboku oraz wieloboku. Brakuje natomiast iloczynu wektorowego potrzebnego do zrozumienia reguły śruby prawoskrętnej, zwanej potocznie regułą korkociągu, pozwalającej określić kierunek pola magnetycznego wywołanego przepływem prądu elektrycznego.

W podręczniku Nowej Ery mówiąc o sile elektrodynamicznej podkreśla się, że jest to siła maksymalna  $F_{\max}$ . Wzór wygląda następująco:  $F = BIl$ .

Uwzględniając dociekliwość i zainteresowanie uczniów powyższym tematem może paść pytanie: jak będzie przedstawiał się powyższy wzór, gdy wartość nie będzie maksymalna? W tej sytuacji nauczyciel prowadzący zajęcia może odwołać się do rysunku tłumacząc, że jeżeli wektor indukcji magnetycznej będzie prostopadły do przewodnika, znajdującego się wewnątrz magnesu podkowiastego, to wartość siły elektrodynamicznej będzie maksymalna. Jeśli wektor indukcji magnetycznej będzie równoległy do przewodnika to wtedy wartość siły elektrodynamicznej będzie równa zero.



Rys. 3. Siła elektrodynamiczna – schemat doświadczenia.



Rys. 4. Siła elektrodynamiczna równa zero – schemat doświadczenia.

Znając iloczyn wektorowy można byłoby to przeczytać ze wzoru:

Obecnie z wszystkich działań na wektorach, jakie możemy znaleźć w programie nauczania ZamKoru to wyznaczanie siły wypadkowej dla wektorów leżących wzdłuż jednej prostej:

#### Ćwiczenie

Chłopcy pchają uszkodzony samochód. Janek działa siłą o wartości 200 N, Staś – również siłą o wartości 200 N, a Robert – siłą o wartości 400 N. Siła wypadkowa ma wartość .....



Rys. 5. Ćwiczenie z nowego podręcznika Zamkoru pt. "Świat fizyki z bliska".

#### Ćwiczenie

Zosia i Kasia chcą odebrać Kacprowi plecak. Działają na niego w lewo siłami o wartościach 80 N i 130 N. Kacper ciągnie plecak w prawo i działa siłą o wartości 150 N.

Siła wypadkowa działająca na plecak jest zwrócona w ..... i ma wartość .....

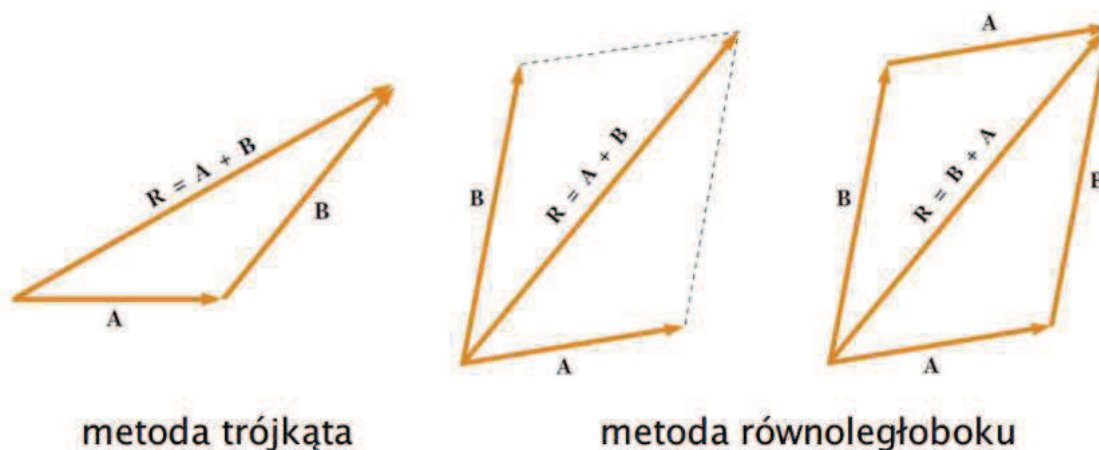
Czy dziewczynom udało się odebrać plecak?





Rys. 6. Ćwiczenie z nowego podręcznika Zamkoru pt. „Świat fizyki z bliska”.

Podręczniki Nowej Ery wzbogacone są o działania obejmujące dodawanie i odejmowanie wektorów metodami trójkąta, równoległoboku, a także wieloboku.



Rys. 7. Graficzne przedstawienie dodawania wektorów dwiema metodami.

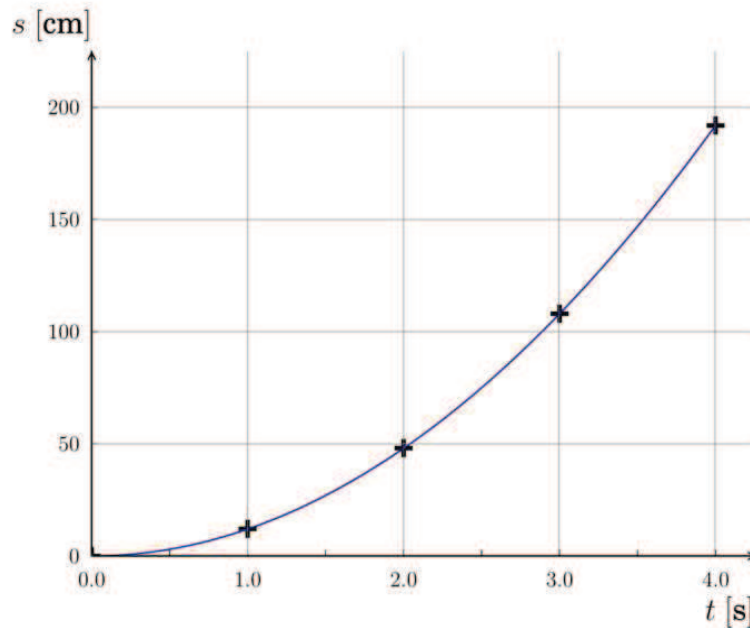
Warto w tym miejscu podkreślić, że wektory pojawiają się na matematyce dopiero w szkole średniej w zakresie rozszerzonym.

### Druga bariera – funkcja kwadratowa

Kolejnym pojawiającym się na fizyce pojęciem, wymagającym od ucznia znajomości matematyki jest funkcja kwadratowa. Jak już wspomniano wcześniej, aby opisywać pojęcie ruchu niezbędnymi do tego są wykresy funkcji. Sprawdzając zależność drogi od czasu dla ruchu jednostajnie przyspieszonego bez prędkości początkowej otrzymujemy część paraboli.

$$s = \frac{at^2}{2}, \text{ wykres zależności } s = f(t)$$



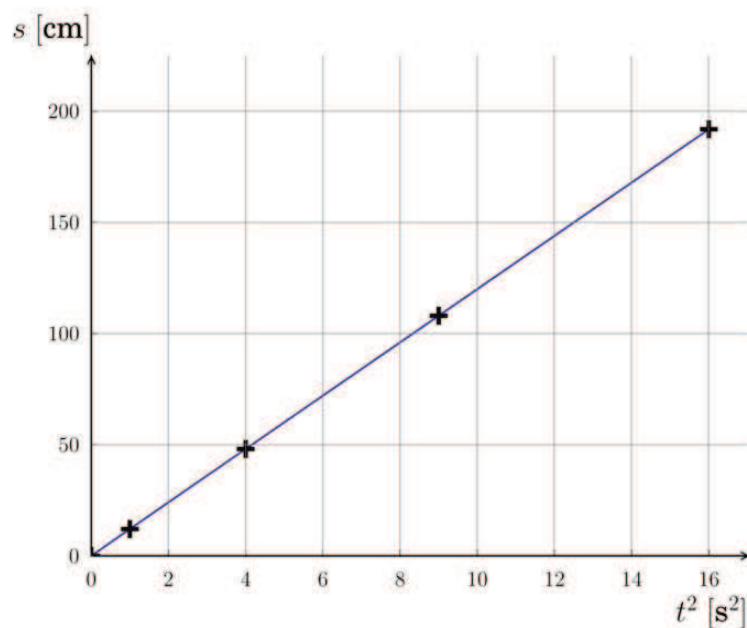


Rys. 8. Wykres zależności drogi od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym.

Takiego wykresu drogi od czasu nie znajdziemy w podręcznikach ZamKoru począwszy od 2009 roku.

Z wykresem funkcji kwadratowej uczniowie spotykają się po raz pierwszy wykonując pomiary podczas doświadczenia wykorzystującego tor powietrzny do opisu ruchu jednostajnie przyspieszonego.

Pierwsza styczność ucznia z tego rodzajem funkcji pociąga za sobą odpowiedzialność nauczyciela za wyjaśnienie zagadnienia. Nauczyciele stosują zamianę zmiennych z  $t$  na  $t^2$  dzięki czemu otrzymujemy półprostą wychodzącą z początku układu współrzędnych.



Rys. 9. Wykres zależności drogi od czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym z zastosowaniem zamiany zmiennych.

Inaczej jest w przypadku programu nauczania Nowej Ery, w której podręcznikach znajdziemy wykres funkcji kwadratowej. Wydawnictwo to po raz kolejny już wykracza poza podstawę programową, oznaczając jako treści rozszerzone następującą notkę: „Krzywa ta (część paraboli) jest wykresem funkcji kwadratowej,  $y = a \cdot x^2$ , gdzie  $a$  jest wielkością stałą”.

Poniżej przytaczam przykładowe zadanie wykorzystujące znajomość funkcji kwadratowej do sporządzenia wykresu.

Samochód jedzie ze stałą prędkością 36 km/h, dojeżdża do linii startu, nie zatrzymuje się jadąc dalej z tą samą prędkością, w tym samym czasie, w którym samochód dojechał do linii startu motocyklista startuje ruchem jednostajnie przyspieszonym. W której sekundzie się spotkają? Jeśli przyspieszenie motocyklisty wynosi  $a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  oraz pomiar wykonywany w przedziale od 0 do 10 sekund co jedną sekundę, oraz narysuj wykres przedstawiający zależność drogi od czasu.

Tabela. 1.

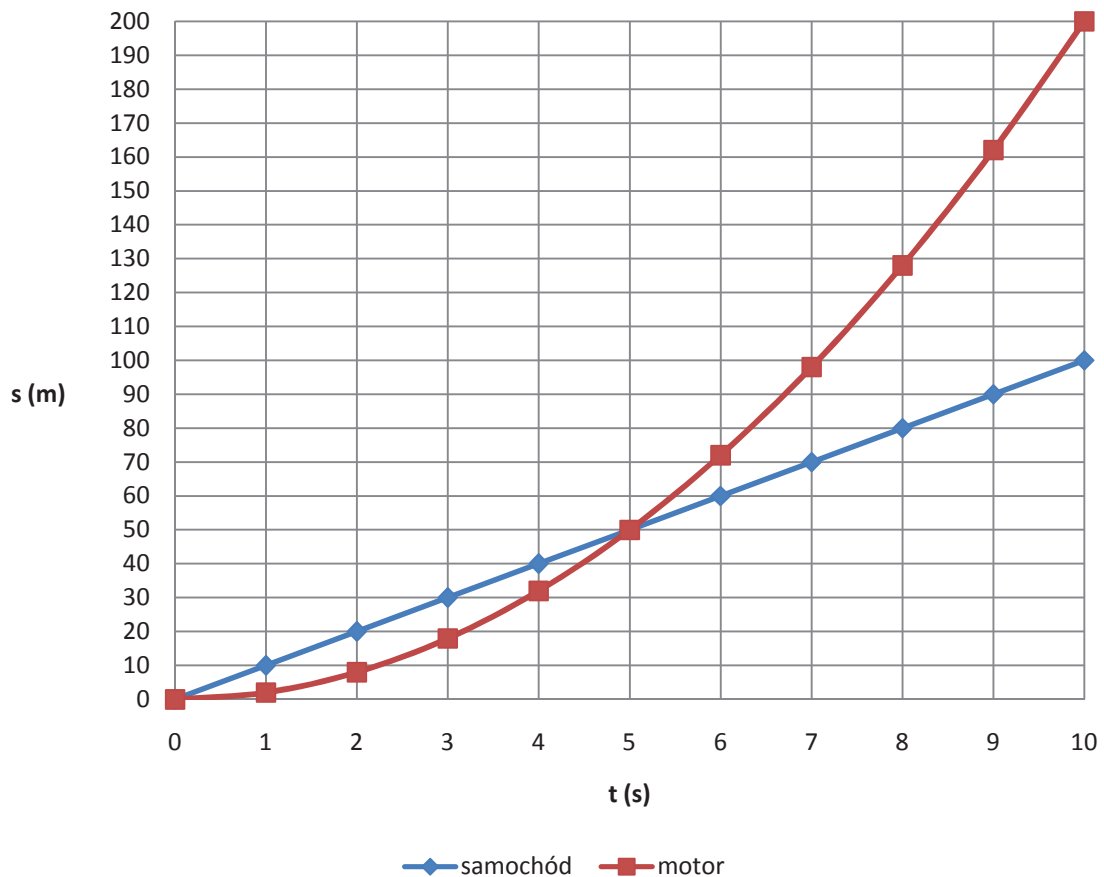
czas (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
auto (m)											
motor (m)											

Uzupełniona tabela prezentuje się następująco.

Tabela 2.

czas (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
auto (m)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
motor (m)	0	2	8	18	32	50	72	98	128	162	200

Wykres zależności drogi od czasu dla określonych ruchów przedstawiony jest poniżej.



Rys. 10. Wykres drogi od czasu dla ruchów: jednostajnego prostoliniowego oraz jednostajnie przyspieszonego, uwzględniający dwa pojazdy.

Z powyższego wykresu jesteśmy w stanie odczytać zależności drogi od czasu  $t$  dla obu poruszających się ciał.

Funkcję kwadratową uczniowie poznają dopiero w I klasie liceum.

### Trzecia bariera – funkcje trygonometryczne

Ostatnim pojęciem, bez którego nie można wytłumaczyć wielu zjawisk fizycznych, są funkcje trygonometryczne. Prawo załamania światła, rozkład siły wypadkowej działającej na ciało, np. klocek na równi pochyłej, a nawet wspomnianą wcześniej siłę elektrodynamiczną – w tym przypadku już bez znajomości iloczynu wektorowego.

W programie nauczania fizyki z powodu braku funkcji trygonometrycznych prawo załamania światła tłumaczy się jakościowo: „kiedy światło przechodzi z ośrodka optycznie rzadszego do ośrodka optycznie gęstszego wówczas kąt załamania jest mniejszy od kąta padania” i odwrotnie, jest też informacja, że w ośrodku rzadszym światło rozchodzi się szybciej, a w ośrodku gęstszym wolniej.

Funkcje trygonometryczne pojawiają się w I klasie liceum.

## **Wniosek**

Rola nauczania matematyki w nauczaniu fizyki jest ogromna. Układając programy nauczania należy zwrócić szczególną uwagę na bariery matematyczne, zdecydowanie utrudniające zrozumienie oraz sprawne posługiwanie się pojęciami fizycznymi, umożliwiającymi poznanie otaczającego nas świata.

*Serdecznie dziękuję dr. Zygmuntowi Olesikowi z Instytutu Fizyki w Akademii im. Jana Długosza w Częstochowie za odpowiedź tematu dociekań zawartych w artykule oraz dr. Bogdanowi Wszółkowi za cenne uwagi merytoryczne.*